

1366.

Из коллекции А. Е. Форсмана

У-2

АКАДЕМИЯ НАУК  
СОЮЗА СОВЕТСКИХ СОЦИАЛИСТИЧЕСКИХ РЕСПУБЛИК

Дар акад. А. Е. Форсмана

А. К. БОЛДЫРЕВ

КОММЕНТАРИИ К РАБОТЕ  
Е. С. ФЕДОРОВА: DAS KRYSTALLREICH

9592

ЛЕНИНГРАД  
ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР  
1926

1366

Многоуважаемому <sup>Иакину А. Федорову</sup>  
Александру Евгеньевичу

АКАДЕМИЯ НАУК  
СОЮЗА СОВЕТСКИХ СОЦИАЛИСТИЧЕСКИХ РЕСПУБЛИК

КОБ  
V. 170.

V-2 Рерману

548  
5 - 79 от автора

А. К. БОЛДЫРЕВ

Дар акад. А. Е. Ферсмана

КОММЕНТАРИИ К РАБОТЕ  
Е. С. ФЕДОРОВА: DAS KRYSTALLREICH

БИБЛИОТЕКА  
Хибинской Горной Станции  
АКАДЕМИИ ГОРНОГО СССР.  
г. Хибиногорск, Малый Вуд'яэр.

Кольский Филиал АН СССР.  
НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА

ЛЕНИНГРАД

1926

Напечатано по распоряжению Академии Наук СССР  
Декабрь 1926 г.  
Непременный Секретарь, академик *C. Ольденбург*

Ответственный редактор академик *A. Е. Ферсман*

Начато набором в июле 1926 г. — Окончено печатанием в декабре 1926 г.

Тет. лист. + 2 исп. + 72 стр.

Ленинградский Гублит № 27036. — 4 $\frac{3}{4}$  печ. листа. — Тираж 850.

Издательство Академии Наук СССР  
Государственная Академическая Типография. В. О., 9 линия, 12.

## **Оглавление**

	стр.
Вступительные замечания .....	1
Комментарии.....	7
Главнейшая литература по „кристаллохимическому анализу“ ..	69
Резюме на немецком языке.....	72

---

## **Вступительные замечания.**

Книга Е. С. Федорова „Das Krystallreich“ вышла в свет в окончательном виде лишь после смерти автора, последовавшей 21 мая 1919 года.

Книга эта представляет собою первый систематический определитель вещества по форме его кристаллов. Это есть пособие для того созданного Федоровым метода определения кристаллического вещества, который он назвал „кристаллохимическим анализом“, и который было бы на наш взгляд правильнее называть „кристаллографическим диагнозом“.

„Das Krystallreich“ является плодом более чем 10-летнего труда автора и его сотрудников и увенчивает 40-летнюю работу Е. С. Федорова в области геометрической кристаллографии.

Главное общенаучное значение кристаллографического диагноза заключается в том, что наряду с химическим, спектральным, физико-химическим анализами он является новым методом распознавания (определения) вещества, частью самостоятельным, частью подсобным при других методах.

Это важное значение созданного Е. С. Федоровым метода делает настоятельно необходимым возможно более широкое распространение знакомства с кристаллографическим диагнозом не только среди кристаллографов, но также среди химиков, минералогов, физиков и других специалистов, имеющих дело с распознаванием вещества.

Сильным препятствием к такого рода распространению служит трудно доступное изложение работ Е. С. Федорова. Следует сказать, что эта трудная доступность лишь частью присуща автору, в значительной же части принадлежит излагаемому предмету. Главный упрек, который приходится слышать по поводу характера

Федоровского изложения заключается в том, что он в каждой новой своей работе по кристаллографии или гониометрии подразумевал знакомство читателя со всеми своими предыдущими работами в тех же областях. Упрек этот отчасти справедлив, но и неизбежен. Неизбежен потому, что главные работы Федорова по геометрической кристаллографии представляют один непрерывный цикл, последовательно вытекают одна из другой. В каждой новой своей работе он пользуется множеством выводов предыдущих работ. И, конечно, такое пользование и законно, и неизбежно так же, как законно, напр., пользование элементарной алгеброй и основами анализа бесконечно малых при выводах теории Абелевых интегралов. И, как невозможно во всякой новой работе по сложнейшим отделам математики повторять снова все выводы или даже положения элементарных основ этой науки и всех посредствующих звеньев, так и для Федорова этот путь популяризации своих идей был весьма затруднен.

Второе затруднение при чтении работ Федорова даже специалистами возникает из-за обилия, частью неизбежного, частью, может-быть, и излишнего, новых терминов, всякого рода новой символизации и т. п. Объяснение этих терминов и символов вкраплены в многочисленных работах Федорова, и их трудно бывает отыскать лицу, мало знакомому с его работами. Этому затруднению легко помочь комментариями.

Только что сказанное вполне приложимо и к комментируемой работе „Das Krystallreich“. Она является заключительным звеном в цепи главных теоретико-кристаллографических работ Федорова. Лучше сказать внешним, объемлющим кольцом в серии концентрических колец. Потому что „Das Krystallreich“ содержит в себе элементы всех главнейших предыдущих работ, базируется на них, как здание на фундаменте.

Чтобы вполне отчетливо и быстро понимать *все* рассуждения Федорова в „Einleitung“ этой книги, надо быть знакомым со следующими отделами геометрической кристаллографии, частью созданными Федоровым, частью своеобразно им разработанными.

- 1) Кристаллографические проекции со своеобразными сетками.
- 2) Учение о симметрии со своеобразной терминологией, впрочем, уже значительно вошедшой в употребление среди специалистов.

3) Учение о сингонии со своеобразным подразделением гексагональной сингонии на 2 подсингонии или гипосингонии, с учением об эллипсоиде сингонии<sup>1</sup> и связанным с ним разделением кристаллических комплексов на положительные и отрицательные.

4) Своеобразная теория структуры кристаллов с делением правильных систем точек на симморфные, гемисимморфные и асимморфные, с учением о правильном выполнении плоскости и пространства параллелогонами и параллелоэдрами.

5) Связанное с теорией параллелоэдров учение о *типах* кристаллов и *их структурах*.

6) Учение о так называемой правильной установке кристаллов, тесно связанной с определением ретикулярных плотностей граней и с „кристаллографическим законом пределов“.

Такая конструкция „Das Krystallreich“ делает ознакомление с методом кристаллографического диагноза, которому эта книга предназначена служить, затруднительным даже для специалистов-кристаллографов.

Сознание важности этой главной посмертной работы Е. С. Федорова и стремление по возможности облегчить знакомство с нею всем заинтересованным руководили мною, когда я взялся за предлагаемые здесь „Комментарии“. Я считал себя обязанным пред своим покойным учителем сделать в этом, что могу.

Схема составления „Комментариев“ очень проста. В менее ясных и понятных местах текста мной написаны приводимые ниже пояснения, обозначенные №№ по порядку от 1 до 146. Перед номером каждого такого пояснения я указываю страницу и строку текста книги Федорова, к которым данное пояснение относится. Напр.: VII, 7 св.—страница VII, строка 7 сверху.

Разумеется вся эта моя работа имеет смысл лишь в связи с „Das Krystallreich“. Для пользования „Комментариями“ лучше всего сначала расставить №№ всех пояснений в тексте „Einleitung“ книги Федорова и затем читать „Einleitung“ дополняя его в соответствующих местах чтением „Комментариев“.

При составлении своих пояснений я не избежал повторений. Местами сказанное в „Комментариях“ позже повторяется в тексте

<sup>1</sup> Учения об эллипсоиде сингонии и о правильных системах точек, хотя и полезны для понимания некоторых мест „Einleitung“, но для усвоения самого метода „кристаллохимического анализа“ не являются необходимыми.

или даже снова в „Комментариях“, по другому поводу и в несколько ином виде. Я не считал эти повторения вредными, хотя стройности работы они, разумеется, вредили.

Чтобы сказать, каковы частные цели моей работы, кроме той общей, о которой было уже сказано выше, необходимо заметить следующее.

Систематического руководства по кристаллографическому диагнозу Федорова не существует. На русском языке к таковому наиболее приближается книжка „Кристаллохимический анализ“<sup>1</sup> со статью создателя этого метода: „Кристаллохимический анализ на примерах“ и другими статьями. На немецком языке наиболее приближается к систематическому руководству „Einleitung“ комментируемой книги. Это „Einleitung“ представляет перепечатку с небольшими дополнениями статьи „Die Praxis in der krystallo-chemischen Analyse“.<sup>2</sup>

Книжка „Кристаллохимический анализ“ давно разошлась. В то же время „Einleitung“ оказалось не вполне согласованным с атласом и даже с текстом таблиц „Das Krystallreich“.

„Einleitung“ без существенных дополнений не может научить пользоваться таблицами „Das Krystallreich“ для определений. Не может уже потому, что содержит не весь материал, нужный для этого обучения. Желающему научиться работать было бы необходимо пополнить изучение „Einleitung“ знакомством с рядом других работ Федорова и частью работ его учеников.

Свои „Комментарии“ я старался писать так, чтобы пополнить этот недостаток, старался сконцентрировать в них весь недостающий материал. Разумеется, от этого „Einleitung“ вместе с „Комментариями“ не стало *систематическим* руководством. Составление такого руководства дело будущего. Но я надеюсь, что настойчивый читатель найдет в „Einleitung“ с „Комментариями“ все элементы, из которых построен метод кристаллографического диагноза и, имея все это в руках, сможет работать.

Еще одно значение „Комментариев“ следует, мне кажется, отметить.

Уже сам Федоров считал свои таблицы допускающими усовершенствования. Внимательное изучение созданного им метода по-

<sup>1</sup> Сборник «Новые идеи в химии», 1914, № 5.

<sup>2</sup> Zeitschr. für Kryst., 1912, Bd. I.

казывает, что многие правила его установки являются чисто **условными**. Поэтому данное им название „правильная установка“ я считаю нужным заменить более подходящим названием: „правильная Федоровская установка“. Надежда разгадывать этой установкой истинную структуру вещества едва ли может быть во всех случаях значительной. Можно лишь сказать, что „правильная Федоровская установка“ дает в руки отправной пункт для поисков действительной структуры другим более надежным методом, каковым ныне без сомнения является рентгеноскопия кристаллов.

Условность многих правил установки, даваемых Федоровым, неоднократно отмечена мною в „Комментариях“.

В то же время другие из этих правил связаны с фактической структурой вещества лишь через посредство ряда положений хотя и глубоких, хотя и почти несомненных, но все же не являющихся прямым фактом опыта, с одной стороны, и не облеченные во все доспехи строгого математического вывода, с другой.

Это обстоятельство несколько подрывает значение „Федоровской правильной установки“, как структурной установки. Но это обстоятельство никак не подрывает однозначности Федоровской установки, т.-е. того драгоценного ее свойства, в силу которого все независимые друг от друга исследователи, применяющие в точности ее правила, установят кристаллы одного и того же вещества одинаково и найдут для этого вещества один и тот же символ комплекса.

Из всего сказанного вытекает с полной ясностью двоякое кардинальное значение книги „Das Krystallreich“.

1) Для многих, может быть, даже для значительного большинства веществ, эта книга содержит в себе правильную структурную установку кристаллов этих веществ и вместе с тем дает нам точное знание вида их структуры.

Для других веществ в установке, данной их кристаллам в этой книге, мы имеем первое приближение к истинной структурной установке, а вместе с тем имеем исходный пункт для отыскания действительной кристаллической структуры этих веществ какими бы то ни было другими методами.

2) Благодаря однозначности Федоровской установки, „Das Krystallreich“ является первым систематическим определителем вещества по его кристаллической форме.

Это двоякое значение заключительной работы Федорова столь важно для кристаллографии, что оно делает совершенно понятным почему имя его мы ставим наряду с именами других отошедших в вечность великих кристаллографов всех времен: наряду с именами Стенона, Роме де л'Иля, Аюи, Вейса, Миллера, Браве, Гесселя, Гадолина и Зонке.

---

Предлагаемая здесь работа была доложена мною в заседании Федоровского Института Кристаллографии, Минералогии, Петрографии и Рудных Месторождений, 24 октября 1922 г. Частью в обмене мнений по докладу и частью в просмотре рукописи приняли участие О. М. Аншелес, В. И. Соколов, Н. Н. Падуров и А. М. Болдырева. Их ценные указания и отчасти техническая помощь были мною использованы в окончательной редакции текста, и я считаю приятным долгом выразить здесь свою сердечную благодарность всем перечисленным лицам, а в особенности О. М. Аншелесу, любезно предоставившему в мое распоряжение свои таблицы для определения ретикулярных плотностей и свои замечания в письменном виде.

## Комментарии.

1) Для кубической сингонии несколько пар параллельных IV, 14 сн.<sup>1</sup> граней образуют одну *форму*; для триклиновой каждая пара (или даже каждая отдельная грань) составляет отдельную форму. Поэтому при одном и том же числе *пар граней* мы будем иметь наименьшее число *форм* для кубической сингонии, а наибольшее — для триклиновой.

2) Символы граней в установке, которую Федоров называет VII, 2 сн. „правильной“, приведены в последней строке таблицы.

Детерминант, о котором здесь упоминается, составлен из коэффициентов

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

в уравнениях преобразования символов:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{a_1 q_1 + b_1 q_2 + c_1 q_3}{a_2 q_1 + b_2 q_2 + c_2 q_3} \\ p_2 &= \frac{a_2 q_1 + b_2 q_2 + c_2 q_3}{a_3 q_1 + b_3 q_2 + c_3 q_3} \\ p_3 &= \frac{a_3 q_1 + b_3 q_2 + c_3 q_3}{a_1 q_1 + b_1 q_2 + c_1 q_3} \end{aligned}$$

где  $(p_1 p_2 p_3)$  символ грани в правильной (Федоровской) установке, а  $(q_1 q_2 q_3)$  — в общепринятой установке.

3) Цифры верхней строки этой таблицы суть порядковые VII, 7 сн. номера пар граней, распределенных в ряд по их убывающей теоретической ретикулярной плотности, т.-е. по убыванию числа кристаллических частиц, приходящихся на единицу площади в данной грани.

Два порядковых номера над некоторыми формами написаны потому, что эти формы заключают в себе по 2 пары параллель-

<sup>1</sup> Как сказано выше, римская цифра означает страницу, а арабская — строку (*сверху* или *снизу*) в «*Einleitung*» комментируемой книги.

ных граней (примите во внимание, что кристаллы таблицы относятся к призматическому виду моноклинной сингонии).

Теоретическая относительная ретикулярная плотность всех граней вычисляется геометрически, если известна пространственная решетка данного вещества. Механизм этого вычисления будет объяснен мною ниже (примеч. 108).

Пространственная решетка известна, если известны взаимное угловое расположение 3 основных (координатных) граней и единичной грани (111), тип и структурный вид решетки.

Федоров классифицирует пространственные решетки в 2 типа: кубический и (гипо-) гексагональный. Первый содержит 3 структурных вида (или, как говорит Федоров, 3 вида структуры): а) кубический (частицы расположены исключительно по вершинам элементарного параллелепипеда), б) додекаэдрический (частицы в вершинах и в центрах граней параллелепипеда) и с) октаэдрический (частицы в вершинах и в центре параллелепипеда). Второй тип, гексагональный, содержит один структурный вид: д) призматический (частицы в вершинах шестиугольной призмы и в центрах ее оснований).

Стереографическая проекция граней кристалла определяет как взаимное угловое расположение основных и единичной граней кристалла, так и вид структуры его пространственной решетки. Первое делается непосредственно по проекции, а второе требует некоторых добавочных предположений. В качестве такого Федоров берет гипотезу Бравэ: „Наиболее часто встречающиеся в кристаллах данного вещества грани имеют наибольшую ретикулярную плотность“.

Не вдаваясь здесь в подробности, скажем, что это положение позволяет определить вид структуры кристаллов данного вещества.

Таким образом, стереографическая проекция плюс гипотеза Бравэ позволяют окончательно определить ретикулярные плотности, а с ними вместе и порядок граней по важности. Порядковые номера всех граней и приведены в первой строке таблицы.

VII, 13 св. 4) Ценою установки Федоров называет число  $\frac{R}{J}$ , где  $R$  есть сумма квадратов ретикулярных плотностей для всех  $n$  наблюденных на кристаллах данного вещества пар граней, а  $J$  — сумма

квадратов ретикулярных плотностей для того же числа  $n$  первых по плотности пар граней для тех же кристаллов.

Другими словами,  $J$  дает нам сумму квадратов плотностей граней в кристаллах данного вещества в том *идеальном* случае, если бы развитие граней в нем следовало точно гипотезе Бравэ, упомянутой выше, и если бы общее число пар граней кристалла было бы при этом равно  $n$ .

Числитель же  $R$  дает нам сумму квадратов плотностей, действительно представленных в *реальных* кристаллах  $n$  пар граней.

Таким образом, дробь  $\frac{R}{J}$  показывает нам степень удовлетворения кристаллами данного вещества гипотезе Бравэ, показывает насколько близко реальное развитие форм к идеальному. Цена установки  $\frac{R}{J}$  всегда меньше 1, или равна 1 если развитие форм совпадает с идеальным ( $R = J$ ).

Как  $R$ , так и  $J$  зависят от установки, т.-е. от того, каким граням какие символы мы придадим, так как от символов зависят вычисляемые ретикулярные плотности. Федоров считает, что установка тем более правильна, чем ближе  $\frac{R}{J}$  к 1, т.-е. чем ближе реальное развитие форм оказывается к идеальному, отвечающему гипотезе („закону“) Бравэ.

В дальнейшем будет показано на примерах, как находится цена установки.

5) В первой строке даны квадраты ретикулярных плотностей, VIII, 3 св. вычисленные способом, о котором дано общее понятие в примеч. 3, и механизм которого будет объяснен ниже (примеч. 108).

6) Символом комплекса называется совокупность чисел и VIII, 6 св. знаков, вполне определяющих а) весь комплекс действительных и возможных граней кристаллов данного вещества, б) вид структуры их [кубический (он же гексаэдрический), додекаэдрический, октаэдрический или призматический (см. примеч. 3)] и, наконец, с) положение основных (координатных) плоскостей по отношению к элементам симметрии. Часть этого Федоровского „символа комплекса“ заменяют общепринятые „кристаллографические константы“, т.-е. отношение осей  $a : 1 : c$  и углы между осями  $\alpha$ ,  $\beta$ ,

γ, которые также вполне характеризуют комплекс, но не определяют структуру.

Естественно, что символ комплекса обладает тем меньшим числом цифр и знаков, чем выше сингония кристалла.

Чтобы понимать символы комплексов, надо прежде всего помнить Федоровскую классификацию пространственных решеток, а вместе с ними и кристаллических комплексов (см. примеч. 3).

Все решетки, комплексы, а следовательно и кристаллы, делятся на два типа: кубический и (гипо-) гексагональный. Идеальными кристаллами этих типов являются для первого типа кристаллы кубической и тетрагональной, а для второго типа гексагональной сингонии.

Такое разделение пространственных решеток было проведено Федоровым на основании чисто геометрического изучения свойств пространственных решеток, сделанного с помощью теории параллелограммов, т.-е. таждественных тел выполняющих пространство без промежутков в параллельном положении. Эти теоретические исследования позволяли предвидеть, что одни из кристаллов низших сингоний по развитию форм своих будут приближаться к тетрагональным и кубическим, а другие к гексагональным.

Критический пересмотр всего кристаллометрического материала привел Федорова к уверенности в том, что этот теоретический вывод в общем подтверждается природой, с некоторым ограничением. Приближение реальных кристаллов низших сингоний к высшим выражается в сохранении приближенных осей симметрии высших порядков. У кристаллов кубического типа сохраняется для комплекса граней приближенная четверная ось или тройная. Оба эти случая (подтипы) существенно различны, и Федоров отличает их цифрами 3 (тригоналоидные кристаллы) или 4 (тетрагоналоидные), ставя их в первой строке символа комплекса. У кристаллов гексагонального типа сохраняется приближенная шестерная или тройная ось симметрии; оба эти случая здесь не различаются существенно, и Федоров обозначает их цифрой 6. Приближение всех кристаллов или к тетра-, или гекса-, или к тригональным Федоров называет „*кристаллографическим законом пределов*“.

Здесь мы объясним лишь тот символ комплекса, который

приведен в комментируемом сейчас месте текста, так как далее в тексте Федоров сам разбирает этот вопрос подробно.

4 означает тетрагоналоидность данных кристаллов,

h — гексаэдрическую структуру,

52 — „главное число“, т.-е. угол в градусах между нормалями к (001) и (111),

2 — угол в  $2\frac{1}{2}^\circ$  (точка означает  $\frac{1}{2}^\circ$ ), на который отклоняется угол (100—110) от  $45^\circ$ , т.-е. отклонение ромбического кристалла от тетрагонального,

минус перед нижним числом означает, что грани (100) и (010) выбраны в этих ромбических кристаллах не совпадающими с плоскостями симметрии, как это делается обычно, но так, что вертикальные плоскости симметрии делят углы между (100) и (010) пополам и имеют символы (110) и (110).

7) К гексагональной сингонии Федоров относит все виды симметрии с шестерной и единственной тройной осью. При этом те виды, у которых направлений, равных заданному косому, не может быть меньше 6, как бы мы ни задавали исходное, относятся к гексагональной гипосингонии (подсингонии), а остальные, для которых можно так задать исходное направление, что равных ему выведется лишь 3, относятся к тригональной подсингонии (см. примеч. 20). Кристаллы гексагональной гипосингонии могут относиться лишь к гексагональному типу, так как в кубической сингонии, а тем более в подчененном ей кубическом типе, нет шестерных осей симметрии. В кристаллах же тригональной гипосингонии развитие форм может происходить или так, как в гексагональном типе (если тройная ось является в то же время приближенной гексагональной), или как в кубическом типе, если „гексагоналоидность“ (приближенная гексагональность) в развитии форм отсутствует.

Поэтому „кристаллы гексагональной сингонии кубического типа“ должны неизбежно принадлежать к одному из видов тригональной гипосингонии, или короче — суть кристаллы тригональные.

8) Если, во первых, установка сделана правильно, т.-е. если правильно избраны основные и единичные грани, и если, во вторых, признавать справедливой гипотезу Бравэ о том, что главным фактором, определяющим развитие одних форм и отсутствие других, является ретикулярная плотность, тогда определение струк-

туры данных кристаллов можно сделать по списку символов развитых в них форм и по их проекции.

Если ретикулярную плотность грани (100) принять за 1, то ретикулярная плотность какой-либо грани ( $l m n$ ) будет зависеть не только от символа этой грани и углов между ней, координатными и единичной гранями, но и от структуры. Можно доказать чисто геометрически, что при совершенно одинаково расположенных основных и единичной гранях и при ретикулярной плотности грани (100), принятой за 1, плотности всех остальных граней подчиняются при разных структурах следующим правилам.

У решеток додекаэдрической структуры (с частицами в вершинах основного параллелепипеда и в центрах его граней) все плоскости с 3 нечетными индексами имеют вдвое большую ретикулярную плотность, нежели при гексаэдрической структуре.

У решеток с октаэдрической структурой тем же свойством обладают грани с двумя нечетными индексами.

Поэтому, если гипотеза Бравэ справедлива, то у кристаллов додекаэдрической структуры грани с тремя нечетными индексами будут встречаться чаще, нежели у кристаллов гексаэдрической структуры. Ту же роль будут играть грани с двумя нечетными индексами у кристаллов октаэдрической структуры.

Поэтому же, по списку символов форм кристаллов данного вещества кубического типа можно приблизительно сказать, какой из трех структур они обладают.

Мы говорим „приблизительно“ потому, что комбинация форм данного кристалла определяется не только законом-гипотезой Бравэ, т.-е. не только ее плотностью. Это во-первых. А во-вторых, и самая плотность определяется не только символом грани, но и взаимным угловым положением данной грани, координатных и единичной. Обстоятельства этой второй категории поддаются математическому учету, о чем будет случай сказать подробнее ниже.

Здесь же укажем лишь, основываясь на предыдущем, что преобладание граней (111), с тремя нечетными индексами у кристаллов, приведенных в комментируемом месте книги, делает понятным заключение Федорова о необходимости додекаэдрической структуры для этих кристаллов при установке, взятой для них в тексте.

IX, 8 сн. 9) Для кристаллов гипогексагонального типа как гексаго-

— 13 —

нальной, так и **низших сингоний**, Федоров принимает четырехчленные символы. **Первый** — по вертикальной оси, три остальных — по горизонтальным осям, положительные концы которых составляют друг с другом по  $60^\circ$  (символы Грота, измененные перестановкой вертикальной оси на первое место с последнего).

10) Здесь цифры 4,0; 2,47; 1,54 суть квадраты относительных плотностей сеток для соответственных граней. Они определены по таблицам Соколова и Артемьева (ссылку на их работу см. в тексте), где плотность пинакоида (1000) принята = 2.

11) См. примеч. 4. В этом примере теоретически первые 9 XII, 3 сн. по плотности, а следовательно и по важности, суть: 1 грань с квадратом ретикулярной плотности, равным 4, 3 грани с 2,47 и 5 граней с 1,54. А фактически первыми девятыю по важности являются 3 грани с 2,47 и 6 граней с 1,54, так как грань (1000) в кристаллах отсутствует.

12) Тригоналоидным кристаллам (см. примеч. 6) Федоров XIII, 6 сн. придает установку, сходную с установкой Миллера для гексагональных кристаллов. Грань, нормаль к которой служит точной или приближенной тройной осью симметрии комплекса, принимается за (111), а некоторые три грани, выводимые друг из друга точно или приближенно новоротом на  $120^\circ$  (или близкий угол), за (100), (010), и (001).

13) Ср. примеч. 6.

XIV. 7 сн.

14) Рассматривая гномостереографическую проекцию граней кристалла, полученную в результате гониометрических измерений, мы должны прежде всего отыскать его главный пояс (или псевдо-тетрагональный, с углами между гранями близкими или равными  $45^\circ$  и  $90^\circ$ , или псевдо-гексагональный, с углами близкими или равными  $60^\circ$  и  $120^\circ$ ). С нахождением главного пояса решается вопрос о типе (кубический или гипогексагональный). Затем отыскивается главная грань, точно или приблизительно перпендикулярная к оси главного пояса, и, наконец, избираются остальные основные грани и единичная, в соответствии с типом кристалла. Так как при всех этих отысканиях и выборах сразу бывает часто неясно, при каком выборе установка получит наибольшую цену, т.-е.  $\frac{R}{J}$ , умноженное на ряд косинусов (см. ниже), получит максимальное значение, то приходится делать несколько

предположений. Напр., может быть, что не один, а два пояса богатые гранями близки к тетрагональности. Тогда можно *предположить* сначала 1-ый, а затем 2-ой главным, в обоих предположениях выбрать основные и единичную грани, определить символы всех представленных граней, по ним и по гномостереографической проекции кристалла найти ретикулярные плотности всех граней и составить цену установки  $\frac{R}{J}$ , как указано выше в тексте для кварца, при каждом предположении. Для сравнения установок между собою эти величины цены установки умножаются еще на несколько (смотря по сингонии) косинусов, о чем вскользь уже говорилось в тексте и будет сказано подробнее ниже. Так получается величина  $W$  „вероятности установки“, как ее называет Федоров, которую лучше однако называть: „достоинство установки“.<sup>1</sup>

$$W = \frac{R}{J} \cdot \cos 2\varphi \cdot \cos \gamma \cdot \cos \beta.$$

(Здесь  $\angle \beta$  имеет другое значение, чем в примеч. 6).

Сравнивая между собою эти „вероятности установок“ для обоих принятых предположений, считаем то из них правильным, для которого  $W$  получится наибольшим. О подобных предположениях и говорится в тексте.

**XV, 13 св.** 15) Напомним, что это видно из 1-ой строки таблицы, где приведен найденный теоретически порядок важности граней по их „правильным“ символам, выписанным в последней строке таблицы, через определение их ретикулярных плотностей. Глядя на эти цифры, видим, что все без исключения первые 6 по теоретической важности грани действительно наблюдаются у кристаллов всех веществ ряда. Нет того, что было указано выше, напр., для кварца, где одна из теоретически важнейших граней (1000) отсутствовала.

**XVIII, 16 св.** 16) „Идеальными“ кристаллами Федоров называет кристаллы, которыми „кристаллографический закон пределов“, объясненный в тексте, достигнут, т.-е. кристаллы не приблизительно, а точно имеющие по крайней мере одну ось симметрии высшего порядка (ср. примеч. 6); таким образом, к идеальным относятся

<sup>1</sup> Как указал А. А. Марков, функция  $W$  не имеет ничего общего с математическим понятием о вероятности («Принцип минимальных деформаций, etc.»). Ненапечатанный мемуар доложенный в Федоровском Институте.

кристаллы высших сингоний: 1) кубической, 2) тетрагональной и 3) гексагональной с ее обоими подразделениями на а) гексагональную и б) тригональную гипосингонии.

17) Кристаллы низших сингоний, комплексы которых обладают XVIII, 18 сн. приближенной тройной осью симметрии, могут по совокупности своих форм приближаться или к кубическим, или к гексагональным (ср. примеч. 6). Те из них, которые приближаются к кубическим, называются тригоналоидными и приводятся в этом месте текста.

18) Кристаллы ромбической сингонии, с точки зрения основных положений правильной Федоровской установки, не могут быть тригоналоидными.

Основные положения эти таковы:

I. Символы — граням, и структуру — комплексу надо приписать так, чтобы после определения, по ним и по стереографической диаграмме кристалла, ретикулярных плотностей граней оказалось, что грани с наибольшей плотностью в возможно большем числе присутствуют среди наблюденных в действительности граней кристалла (Правило наибольших плотностей).

II. Тип и подтип кристалла надо выбрать так, чтобы отклонение данного комплекса от идеального (тетрагонального, тригонального или гексагонального) было наименьшим (Правило пределов).

Величина этого отклонения меряется размером того преобразования, которое превращает комплекс в идеальный. При этом преобразовании ставится требование делать его так, чтобы существующие уже элементы симметрии комплекса не исчезали. Это требование подразумевается Федоровым, как само собою разумеющееся, но строго говоря является дополнительным условием правильной установки (Правило сохранения элементов симметрии).

Ромбический комплекс имеет всегда три взаимно-перпендикулярных двойных поворотных оси симметрии, даже в ромбопирамидалном виде (ибо для комплекса, т.-е. пучка плоскостей, прибавляется к существующим элементам симметрии еще центр инверсии, дающий вместе с плоскостями симметрии ромбопирамидалного вида нормальные к ним двойные поворотные оси симметрии). Поэтому, при соблюдении указанного выше дополнени-

тельного условия, ромбический комплекс может быть превращен в обладающий тройной (но не шестерной) поворотной осью симметрии тригональный комплекс, лишь путем превращения его в кубический, ибо никакие виды симметрии тригональной подсингонии не обладают тремя взаимно-перпендикулярными двойными поворотными осями симметрии.

Но нетрудно понять, что любой ромбический комплекс легче превратить в тетрагональный, чем в кубический, при условии сохранения существующих осей симметрии: для первого превращения нужно растяжение или сжатие лишь по одной оси, а для второго по двум.

Поэтому можно утверждать, что всякий ромбический комплекс ближе к некоторому тетрагональному, нежели к какому-либо тригональному, имеющему общие с заданным двойные оси симметрии. Следовательно ромбические кристаллы не могут быть тригоналоидными, но являются всегда либо тетрагоналоидными, либо гексагоналоидными.

XVIII, 8 сн. 19) См. примеч. 3.

XVIII, 3 сн. 20) Разделение видов симметрии гексагональной сингонии по двум гипосингониям, общий принцип которого указан в примеч. 7, таково. К гексагональной гипосингонии относятся виды: 1) дигексагонально-дипирамидальный, 2) дигексагонально-пирамидальный, 3) гексагонально-дипирамидальный, 4) гексагонально-приамидалый, 5) гексагонально-трапецидический, 6) дитригонально-дипирамидальный и 7) тригонально-дипирамидальный.

К тригональной гипосингонии относятся; 1) дитригонально-скalenоэдрический, 2) ромбоэдрический, 3) дитригонально-пирамидальный, 4) тригонально-трапецидический и 5) тригонально-пирамидальный. Ниже об этом упоминается и в тексте.

XVIII, 2 сн. 21) См. примеч. 46.

XIX, 1 сн. 22) Диаграммы и описания находятся в атласе и тексте по типу, структуре и главному числу. Все эти характеристики входят в состав каждого символа комплекса. Здесь укажем способы отыскания лишь для кристаллов низших сингоний, и в частности отыщем диаграмму первого примера по символу его  $^{34}_{\text{5}}$ . По символу видим, что кристалл — тетрагоналоидный (цифра 4) и следовательно кубического типа. Далее видим, что структура его гексаэдриче-

ская (буква *h*). Открываем оглавление. Находим: „III Teil. B. 1“. Для текста оглавление дает стр. 447—566, для атласа 35—128. Обращаясь к этим страницам текста, мы ищем среди символов комплекса (написанных справа в двух последних колоннах) такой, у которого главное число, т.-е. первая цифра средней строки символа, было бы равно  $34^\circ$ , т.-е. главному числу данного комплекса. Отыскать это легко, так как все комплексы каждого типа расположены в книге по возрастанию главных чисел. Так, для тетрагоналоидных кристаллов с гексаэдрической структурой символы комплексов начинаются на стр. 447 таким, который имеет главное число  $= 11^\circ$ , и кончаются таким, который имеет главное число  $= 86^\circ$  (стр. 566). Искомый символ комплекса находим между ними на стр. 458 („Isomorphe Gruppe  $C_4H_4O_6XNa \cdot 4H_2O$ “).

Символы, содержащиеся в левой колонне, принадлежат веществам, не дающим остатка после накаливания их на платиновой пластинке. Символы же, содержащиеся в правой колонне, принадлежат веществам, оставляющим остаток в тех же условиях.

Поступая так же с атласом, придем к таблице, у которой внизу справа написано: „I Tetragonaloide hex. 36“, и к диаграмме 8 этой таблицы. Именно у нее слева вверху надписан искомый символ (в нем лишь ошибочно поставлена буква *d* вместо *h*). Если бы здесь не было корректурной неправильности, то левая половина диаграммы 8 и изображала бы обсуждаемый комплекс. Этого однако нет по случайной неточности, которая и исправлена тем, что ниже символа искомого комплекса у диаграммы 8 подписано: „S. 44, Fig. 7“. Обращаясь по этой ссылке к таблице „I Tetragonaloide hex. 44“, фиг. 7, видим у правой нижней четверти наш искомый символ. И проекция, изображенная на этой правой нижней четверти диаграммы, вполне отвечает данному символу комплекса. Очевидно при корректуре диаграмма этого комплекса была перенесена с ее настоящего места сюда, где было возможно ее изобразить среди символов комплекса с главным числом  $62^\circ$ .

Заметим, что каждый крупный отдел атласа разделен на две части соответственно 2 колонкам текста, описанным выше. Эти две части отмечены цифрами I и II на каждой таблице атласа, перед названием отдела. Так что, например, символы тетрагоналоидных комплексов гексаэдрической структуры для веществ, не дающих остатка на платиновой пластинке, надо искать в таблицах

атласа, отмеченных „I Tetragonaloid hex.“. А такие же комплексы веществ, дающих остаток — в следующих за I таблицах „II Tetragonaloid hex“.

**XX, 14 сн.** 23) Это потому, что для целей правильной установки достаточно примерно 5—6 пар граней, первых по плотности. А приведенная ниже табличка показывает, что первые 7 по плотности граней являются гранями вертикального пояса и (001).

**XX, 12 сн.** 24) Из той же таблички видно, что наиболее плотные косые грани (101), (011) и (111) стоят по плотности, а следовательно по важности (теоретически), на 8—11, 14—17 местах, а потому надеяться на их постоянство не приходится.

**XX, 9 сн.** 25) Значение этой фразы выясняется в связи с предыдущими. Выше указано непостоянство косых форм и то, что главнейшими по плотности являются часть граней вертикального пояса и (001), а все косые формы можно отнести к мало важным. Поэтому представляется с первого взгляда, что раз нет надежных косых граней, то невозможно определить надежно, какой грани из этих мало постоянных косых граней надо дать символ 111, а значит и символ комплекса становится мало надежным [так как от положения (111) зависит прежде всего главное число], а стало быть и определение вещества по кристаллам становится трудно исполнимым. Но здесь Федоров комментируемой фразой и обращает внимание на то, что правильная установка должна быть сделана так, чтобы грани наиболее развитого пояса и (001), важные в этом случае фактически, оказались бы важными и теоретически. Следующей фразой он поясняет, что это требование может быть удовлетворено лишь в том случае, если главное число будет заключаться в определенном интервале, т.-е., что это требование суживает пределы, в которых можно избирать грань (111).

**XX, 5 сн.** 26) См. атлас лист „I Tetragonaloid hex. 44“, фиг. 7, правый нижний квадрант диаграммы. См. также примеч. 22.

**XX, 3 сн.** 27) Потому что (221) будет ближе к центру сферического треугольника, образованного выходами нормалей к основным граням, и отклонение кристалла от идеального будет меньше, нежели когда мы примем за единичную грань ту, которая в принятой Федоровым правильной установке имеет символ (211) и потому на фиг. 7 (см. выше примеч. 26) проектируется еще ближе к центру, чем (111).

28) Если бы за единичную грань была взята грань (221) XX. 1 сн. правильной установки, то пояс [100] правильной установки был бы ближе к тетрагональному, чем главный пояс [001] правильной установки: для первого отклонение половины угла главной призмы от  $45^\circ$  было бы равно  $2^\circ$ , а для второго оно равно  $5^\circ$ .

Последнее отклонение в  $5^\circ$  видно прямо из **диаграммы 7**, как разность  $45^\circ$  и  $\angle(110):(010)$ . Первое же отклонение в  $2^\circ$ , мы легко получили бы, если бы построили на этой диаграмме гномостереографическую проекцию грани (221), провели бы дугу большого круга через нее и (100), нашли бы точку пересечения  $x$  этой дуги и дуги (001)—(010). Тогда отклонение  $\angle x-(010)$  от  $45^\circ$  и будет равно  $2^\circ$ , каковая цифра и стоит внизу приведенного здесь неправильного символа комплекса, тогда как у окончательного, правильного, символа комплекса, приведенного в тексте ниже перед табличкой, внизу стоит цифра 5.

29) После слова „число“ вставить: „случаев“.

XXI, 13 сн.

30) Сильно положительным комплексом Федоров называет такой, пространственная решетка которого обладает элементарным параллелепипедом (точнее по Федорову — элементарным параллелоэдром) сильно вытянутым по направлению одного из своих ребер. А отрицательным называется комплекс, которому отвечает сильно сплюснутый элементарный параллелепипед (точнее параллелоэдр) пространственной решетки. Нетрудно сообразить, что у первых вытянутых комплексов, грани вертикального пояса вытянутости и близкие к ним будут обладать малой ретикулярной плотностью, а базинакоид — относительно большой. Поэтому, если справедлива гипотеза Бравэ, сильно положительные комплексы будут давать табличчатые кристаллы с мало постоянными боковыми гранями (слюды), и обратно, кристаллам табличчатым должны отвечать положительные комплексы.

На подобных же основаниях можно сказать, что сильно отрицательные комплексы будут давать игольчатые кристаллы (малахит, антимонит). Дальнейшее пояснение этого см. в примеч. 51.

31) Эта фраза оттеняет нам редкость только что разобранного примера, где не 5, а 10 первых по плотности граней отличаются постоянством своего присутствия на кристаллах.

32) Это правило является чисто условным, почти не свя-

XXII, 2 сн.

занным ни с какими теоретическими соображениями, принятым лишь в целях однозначности установки.

**XXII, 7 св.** 33) Эти заключения очень нетрудно вывести из простых геометрических соображений, лежащих в основе того способа нахождения ретикулярных плотностей любых граней, который дан В. И. Соколовым и Д. Н. Артемьевым в их работе указанной Федоровым в выноске текста. Для  $(100)$  и  $(010)$  легко сообразить, что если  $\angle(110):(100) > \angle(110):(010)$ , подразумевая здесь углы между нормалями к граням, то единичный отрезок по  $[100] >$  единичного отрезка по  $[010]$ , почему ретикулярная плотность  $(100) >$  ретикулярной плотности  $(010)$ .

**XXII, 9 св.** 34) Упоминаемый здесь „второй закон развития форм“, который является не эмпирическим законом, а одним из геометрических свойств пространственных решеток, можно формулировать проще всего так:

Если установка отвечает строению кристаллов, то из соизмененных форм, т.-е. имеющих символы тождественные по числовому значению индексов, но отличающиеся знаками над некоторыми из них, те обладают большей ретикулярной плотностью, которых гномостереографические проекции  $x$  лежат в больших по площади октантах, на какие разбивается вся сфера нормалями к 3 основным граням:  $(100)$ ,  $(010)$  и  $(001)$ .

**XXIII, 18 сн.** 35) По символу этого комплекса находим в атласе проекцию кристалла: лист „I Tetragonalde hex 40“ диаграмма 9, левый нижний квадрант. Очевидно по корректурному недосмотру, здесь однако проекция  $(111)$  не отмечена никакой „точечной линией“, о которой говорится в тексте. Эта проекция должна быть в верхней части вертикального диаметра, так как проекция  $(010)$  должна находиться на левой верхней четверти круга проекций.

**XXIII, 17 сн.** 36) См. примеч. 34.

**XXIV, 1 сн.** 37) Сначала Баркер прислал диаграммы этих кристаллов. Федоров переработал их и включил данные о них в свои таблицы вместе с другим материалом. После того Баркер в следующей посылке должен был, наряду с другими кристаллами, прислать и эти как неизвестные, подлежащие определению.

Редакция этой выноски в „Das Krystallreich“ содержит слово

„berücksichtigt“. В первоначальном тексте этой работы (*Zeitschr. f. Kryst.*, Bd. I, N. 6, p. 537) вместо этого слова было „bestimmt“.

38) „Сдвигом“ называется такое преобразование данной геометрической системы, при котором все точки системы сдвигаются по параллельным прямым, направление которых называется „направлением или осью сдвига“, но не на равные расстояния (как при поступлении), а на отрезки пропорциональные расстояниям точек до некоторой, так называемой, „нулевой плоскости сдвига“, параллельной передвижению точек. Точки, лежащие по одну сторону нулевой плоскости движутся в одном направлении, а лежащие по другую сторону — в прямо противоположном (так как расстояние от нулевой плоскости отрицательно). Точки, лежащие в нулевой плоскости, не меняют своего места. При этом прямые остаются прямыми, следовательно плоскостями — плоскостями.

Если провести какую-либо прямую  $AB$ , пересекающую нулевую плоскость сдвига в точке  $A$ , то после сдвига она даст новую прямую  $AC$ , составляющую с первой некоторый угол. Угол этот вообще будет при одном и том же сдвиге различен, в зависимости от положения прямых в сдвигаемой системе.

„Величиной сдвига“ называется тот угол, на который поворачивается прямая, становящаяся после сдвига нормалью к нулевой плоскости. Если даны 1) нулевая плоскость, 2) направление сдвига и 3) его величина, то сдвиг вполне определен.

Посредством сдвигов легко преобразовать менее симметричные комплексы в более симметричные. Преобразование это можно сделать посредством различных сдвигов. Федоров совершает эти сдвиги графически, пользуясь диаграммами гномостереографических проекций граней кристаллов. „Моноклинный сдвиг“, преобразующий моноклинный комплекс в ромбический, Федоров производит так, что за нулевую плоскость сдвига берет плоскость, нормальную к оси главного пояса, изображаемую на диаграммах обычно (но не всегда) кругом проекций. Тогда нормали ко всем граням главного пояса остаются на своем месте, так как они лежат в нулевой плоскости. Направление сдвига и его величину берут так, чтобы нормаль к грани, имеющей такой же символ, как и ось главного пояса, пришла в совмещение с этой осью. Для моноклинных кристаллов в общепринятой установке при этом

нормаль к (001) совмещается с [001], и, понятно, комплекс превращается в ромбический. Дальнейшее о сдвигах см. в примеч. 61 и 97.

Что касается замечания Федорова о знаке  $\pm$ , то необходимо помнить, что в его установке положение основных граней (100), (010) и (001) не является строго фиксированным относительно элементов симметрии. Оно обусловлено еще и другими факторами, кроме симметрии: 1) обязательным выбором за вертикальную ось — [001] для тетрагоналоидных, [111] для тригоналоидных и [1000] для гексагоналоидных — оси такого пояса, который наиболее приближается к идеальному (тетрагональному, или гексагональному), и 2) таким распределением символов, чтобы грани более важные в действительности получили бы наибольшую теоретическую плотность (см. примеч. 46).

**XXIV, 20 сн.** 39) Главное число (в данном случае 60) в моноклиновых и триклиновых комплексах определяется после превращения этих комплексов посредством сдвигов в ромбические.

**XXIV, 19 сн.** 40) Табл. „I Tetragonalode hex. 43“, фиг. 10, левая половина.

**XXIV, 9 сн.** 41) См. примеч. 33 и текст, к которому оно относится.

**XXV, 7 сн.** 42) В примеч. 14 уже говорилось, что для выбора из двух или нескольких установок наилучшей или наиболее „правильной“ необходимо установить, для какой из них достоинство (или вероятность)  $W$  получает наибольшую величину. Наилучшая установка по Федорову определяется тем, что она должна наилучшим образом удовлетворять „закону“ или точнее гипотезе Бравэ (примеч. 3) и кристаллографическому закону пределов (см. текст к примеч. 16). Математически это выражается проще всего тем, что для каждой из сравниваемых установок составляется функция  $W$  (достоинство установки):

$$W = \frac{R}{J} \cdot \cos 2\varphi \cdot \cos \chi \cdot \cos \beta,$$

обладающая тем свойством, что она тем больше, чем лучше установка удовлетворяет каждому из двух вышеуказанных требований.

Приближение к точному выполнению гипотезы Бравэ, повышает  $\frac{R}{J}$ , как объяснено достаточно выше в тексте и в примечаниях.

Приближение к точному выполнению гексагональности или тетрагональности комплекса повышает произведение косинусов, как поясним сейчас.

В приведенной формуле для  $W$ :

$\beta$  — „триклиниальный сдвиг“, т.-е. угол отклонения данного триклинического комплекса от моноклинического (пояснения будут еще ниже в тексте на примерах триклинической сингонии);

$\chi$  — „моноклиниальный сдвиг“, т.-е. угол отклонения моноклинического комплекса (данного или полученного из данного после триклинического сдвига) от ромбического комплекса (см. примеч. 38);

$2\varphi$  — отклонение угла нормалей к граням главной призмы от идеального, т.-е. от  $90^\circ$ , в случае тетрагоналоидных, и от  $60^\circ$ , в случае гексагоналоидных кристаллов. Он равен удвоенному нижнему числу символа комплекса.

Чем лучше удовлетворен взятой установкой кристаллографический закон пределов, тем ближе комплекс к идеальному, тем меньше все эти три угла отклонений, тем больше их косинусы, тем больше их произведение.

$$\max W = 1 \text{ (очевидно).}$$

43) Мы не имеем возможности останавливаться здесь подробно **XXV, 12 сн.** на теории определения плотностей граней, отсылая за этим к указанной в тексте статье В. И. Соколова и Д. Н. Артемьева или, еще лучше, к работе О. М. Аншелеса.<sup>1</sup> Укажем лишь, что Федоров своими замечаниями здесь напоминает, что полярные расстояния *косых граней*, необходимые для определения квадрата их относительной плотности по диаграмме В. И. Соколова, берутся из гномостереографической проекции при избранной установке *до всяких сдвигов*, и что для определения квадрата плотностей сеток *граней главного пояса* в триклинических и моноклинических кристаллах необходимо прежде всего произвести сдвиг с нулевой плоскостью, равной плоскости проекций, и с таким направлением и величиной, чтобы нормаль к грани, одинаковой по символу с осью главного пояса, слилась с этой осью. Лишь когда такой сдвиг сделан, тогда для определения квадрата плотности какой-либо

---

1) О. М. Аншелес. Определение относительной ретикулярной плотности граней кристаллов. Тр. Ленингр. О-ва Ест., т. XXXIX, вып. 4.

грани ( $l m 0$ ) надо взять полярное расстояние так называемой „определяющей грани“ ( $l m 1$ ) в сдвинутом положении и по этому полярному расстоянию найти уже, пользуясь таблицей Артемьева, искомый квадрат плотности для ( $l m 0$ ). Механизм определения квадрата ретикулярных плотностей будет указан в примеч. 108.

**XXV, 8 сн.** 44) На фиг. 10 табл. „I Tetragonaloid hex 46“ вследствие корректурных недосмотров не указано то, что упоминается в тексте.

1. „Путь продвижения (111)“ при сдвиге должен идти вверх по большому кругу  $(100) - (111) - (\bar{1}00)$ , как это можно вывести из определения сдвига и из свойств стереографических проекций.

2. Просекция  $(110)$  отмечена на круге проекций между  $(100)$  и  $(010)$ , но символ  $(110)$  здесь пропущен.

3. Точку а [конечный пункт следования (111)] следует поставить в пересечении большого круга, указанного в п. 1, и идущего через  $(110)$  диаметра (п. 2).

**XXVI, 2 св.** 45) Этот абзац представляет деталь, не обязательную для понимания предыдущего и дальнейшего. Он дает второй способ определения квадрата плотностей, основанный на том, что метод Соколова не требует обязательно, чтобы была вертикальна  $(001)$ , и даже не требует, чтобы вообще какая-нибудь кристаллографическая ось была вертикальна.

В методе Соколова мы можем любую из кристаллографических осей принять, так сказать, за „ось плотностей“, и от нее промерять угловые расстояния, необходимые для определения квадратов плотностей.

Если теперь за „ось плотностей“ в моноклинном кристалле возьмем двойную ось или нормаль к плоскости симметрии, то с ней будет совпадать как ось зоны, так и нормаль к грани с таким же символом, а потому для определения плотности граней пояса этой оси нет надобности в сдвиге.

Если наши объяснения окажутся непонятными — надо читать работу Соколова и Артемьева, так как объяснить здесь подробнее невозможно, тем более, что, как сказано, в этом нет особенной надобности.

**XXVI, 5 св.** 46) *Модальностями в широком смысле* Федоров называет разновидности кристаллических комплексов, существенно отличающиеся друг от друга не только количественно (по величине углов), но и качественно, по какому-либо общему качеству. Так напри-

мер, комплексы, из которых у одного есть двойная ось симметрии, а у другого нет, относятся к разным модальностям. Еще пример: 2 тригонально-трапециоэдрических кристалла, у одного из которых горизонтальные кристаллографические оси совпадают с двойными осями симметрии, а у другого нет, суть две различные модальности (см. текст к примеч. 21).

*В узком же смысле*, который нам здесь везде и нужен, *модальностями* называются разновидности кристаллических комплексов одной и той же сингонии, отличающиеся друг от друга по взаимному расположению основных граней (100), (010), (001) и плоскостей симметрии комплекса.

Таких модальностей, с которыми приходится иметь дело при „*кристаллохимическом*“ анализе, существует довольно много.

Изложим здесь вывод всех модальностей для тетрагональных кристаллов моноклинной сингонии в том виде, в каком Федоров применяет эти модальности в „*Das Krystallreich*“.

Второе основное положение Федоровской установки кристаллов („*кристаллографический закон пределов*“) требует, чтобы посредством этой установки данный комплекс оказался бы возможно ближе к идеальному (в данном случае к тетрагональному).

Федоров принимает, что у моноклинных кристаллов может быть при этом 2 случая:

1. Комплекс является наиболее близким к тетрагональности, если принять за ось главного пояса [001] ребро, совпадающее с двойной осью симметрии комплекса, с которой совпадает в этом случае и нормаль к (001). При этом гномостереографические проекции граней главного пояса лягут на проекции плоскости симметрии, т.-е. на вертикальном диаметре диаграммы. В этом случае число моноклинного сдвига (т.-е. верхнее) ставится в символе комплекса без знака (см., напр., атлас, „*I Tetragonalode hex. 36*“, диагр. 3, прав. полов., и диагр. 8, прав. полов.).

2. Комплекс является наиболее близким к тетрагональности, если принять за ось главного пояса [001] некоторое ребро в плоскости симметрии комплекса. Ребро это совмещается тогда с центром диаграммы, а гномостереографические проекции граней главного пояса располагаются на круге проекций. В этом случае перед числом моноклинного сдвига ставится знак + или — в зависи-

симости от дальнейших подразделений (та же таблица атласа, диагр. 1, прав. полов., 2, прав. полов., и др.).

В первом из этих случаев вместе с выбором главного пояса является избранным (001), как грань с проекцией, совпадающей с [001]. Во втором случае за (001) берется одна из важнейших действительных или возможных граней, с нормалью, близкой к [001]. В громадном большинстве случаев бывает сразу ясна грань, которой при этом надо дать символ (001). В случае колебаний между двумя (реже тремя) гранями надо испытать оба предположения. Расставить символы, как указано ниже, в том и другом и определить для каждого из них достоинство установки  $W$  (примеч. 42). Правильным следует признать то предположение, для которого  $W$  окажется больше.

Когда (001) выбрана, то при этом все же во всех случаях между гранями главного пояса еще остаются не распределенными их символы  $(\overline{1}00)$ ,  $(0\overline{1}0)$ ,  $(1\overline{1}0)$ . Для этого Федоровым принят ряд правил, частью вытекающих из „закона наибольшей плотности“ имеющихся граней, частью совершенно условных.

Вследствие близости этого пояса к тетрагональному мы, имеем в нем восемь главных граней, частью развившихся, частью возможных. Четырем из них, через одну, мы должны приписать символы  $(\overline{1}00)$  и  $(0\overline{1}0)$ , и четырем символы  $(1\overline{1}0)$ . Итак, возможны два предположения: или одну четверку граней, или другую мы можем взять за пинакоиды; тогда остающаяся четверка получит символы граней главной призмы. Оба эти предположения являются равноправными. Мы должны каждое из них развить согласно дальнейшему и довести установку до конца, определить ее достоинство  $W$  и взять то из них, для которого  $W$  будет наибольшим.

Итак, приняв какие-либо четыре грани, через одну, за пинакоиды, и считая тем самым остальные четыре за главную призму, идем дальше. Смотрим, какой из углов ближе к прямому. Если это будет угол между пинакоидами, то считаем такой комплекс по Федорову „модальностью 1-го рода“ и в символе его перед нижним числом, т.-е. перед углом отклонения главной призмы от  $45^\circ$ , не ставим никакого знака. Если же к прямому ближе угол между гранями призмы {110}, чем угол между пинакоидами, то считаем

такой комплекс (по Федорову) „модальностью 2-го рода“ и в символе его перед **нижним** числом ставим знак —.

Оба эти рода модальностей могут быть, таким образом, как в первом, так и во втором из выделенных выше случаев: 1)  $[001] =$  нормали к плоскости симметрии и 2)  $[001]$  лежит в плоскости симметрии.

Дальнейшие правила однозначной расстановки символов таковы.

1. Положительный символ  $(001)$  ставится у проекции полюса любой пары параллельных граней, отвечающих этой форме.

2. Положительные символы  $(100)$  и  $(010)$  придают на стереографической проекции таким полюсам, чтобы были соблюдены следующие условия *для модальностей первого рода*:

$$\begin{aligned}\angle(100) : (010) &\leq 90^\circ \\ \angle(100) : (001) &\leq 90^\circ\end{aligned}$$

и для модальностей второго рода:

$$\begin{aligned}\angle(100) : (010) &\geq 90^\circ \\ \angle(100) : (001) &\geq 90^\circ\end{aligned}$$

3. Затем для модальностей обоего рода всегда должно быть:

$$\angle(100) : (110) > \angle(010) : (110).$$

Эти соотношения были приняты Е. С. Федоровым и его сотрудниками при составлении „Das Krystallreich“ чисто условно<sup>1</sup> с целью лишь достигнуть однозначности в расстановке символов, точнее — однозначности выводимого затем символа комплекса. И действительно, руководясь этими правилами мы, все главные символы  $(100)$ ,  $(010)$ ,  $(001)$ ,  $(110)$  припишем в каждом кристалле одним и тем же граням. Лишь для пары взаимно симметричных граней возможна двойственность: напр., для листа в атласе „I Tetragonal-oïde okt. 53“, диагр. 7, прав. полов., для правой нижней грани можно с равным правом написать символ  $(100)$  или  $(010)$ . Но эти двойственности приводят все же к одному и тому же символу комплекса, что нетрудно понять.

<sup>1</sup> См. по этому поводу примеч. 3 на стр. XXXIII комментируемой книги.

Если ось главного пояса [001] лежит в плоскости симметрии комплекса, то, как было сказано выше, в символе комплекса у величины угла моноклинного сдвига ставится либо  $\leftarrow$ , либо  $\rightarrow$ . Теперь, когда правила расстановки символов изложены, мы можем это пояснить. Для модальностей 1-го рода  $\leftarrow$  ставится тогда, когда у полюса плоскости симметрии окажется символ (100), а  $\rightarrow$ , когда (010). Для модальностей же 2-го рода  $\leftarrow$  ставится тогда, когда у полюса плоскости симметрии окажется символ ( $\bar{1}$ 10), а  $\rightarrow$ , когда (110). Все эти правила действительны и для триклинической сингонии, с той разницей, что вместо „плоскости симметрии комплекса“, там будет так называемая „псевдо-плоскость симметрии комплекса“ (об этом ниже).

Таким образом, все тетрагоналоидные кристаллы гексаэдрической структуры моноклинной сингонии Федоров распределяет по 6 модальностям. В символе комплекса они отличаются присутствием или отсутствием знаков  $\leftarrow$  и  $\rightarrow$  у нижнего и верхнего числа, т.-е. у отклонения угла (100):(110) от  $45^\circ$ , и у моноклинного сдвига.

Сопоставим эти модальности.

### I. Модальности 1-го рода.

[Угол (100):(010) ближе к  $90^\circ$ , чем угол (110):( $\bar{1}$ 10)].

1.  $\overset{4h; \leftarrow \beta}{A} \leftarrow C$  нормалью к плоскости симметрии совмещен полюс (010).
2.  $\overset{4h; \rightarrow \beta}{A} \leftarrow C$  нормалью к плоскости симметрии совмещен полюс (100).
3.  $\overset{4h; \beta}{A} \leftarrow C$  нормалью к плоскости симметрии совмещен полюс (001).

### II. Модальности 2-го рода.

[Угол (110):(110) ближе к  $90^\circ$ , чем угол (100):(010)].

4.  $\overset{4h; \rightarrow \beta}{A} \rightarrow C$  нормалью к плоскости симметрии совмещен

полюс  $(1\bar{1}0)$

5.  $\begin{matrix} 4h; -\beta \\ -\alpha \end{matrix}$  — С нормалью к плоскости симметрии совмещен полюс  $(110)$ .
6.  $\begin{matrix} 4h; \beta \\ -\alpha \end{matrix}$  — С нормалью к плоскости симметрии совменен полюс  $(001)$ .

Если принимать лишь два основных положения „правильной“ (Федоровской) установки, правило наибольших плотностей и правило пределов, то можно было бы показать теоретическую возможность и других модальностей. А именно. Федоров считает, что плоскость симметрии моноклинного комплекса непременно параллельна одной из граней  $(100), (010), (001), (110), (1\bar{1}0)$ . Другими словами, эта плоскость рассматривается как некоторая уцелевшая плоскость симметрии тетрагонального комплекса. Если же этого дополнительного „правила“ сохранения элементов симметрии не соблюдать, т.-е. выбирать основные грани  $(100), (010), (001)$  и единичную  $(111)$ , не считаясь с существующей плоскостью симметрии, то могут быть случаи, когда правило наибольших плотностей и правило пределов окажутся наилучше соблюдёнными при косом положении плоскости симметрии по отношению к главной оси. Другими словами, может оказаться, что при косом положении плоскости симметрии достоинство установки  $W$  (см. примеч. 42) получит максимальную величину.

В своей основной работе по правильной установке Федоров<sup>1</sup> различает 12 модальностей кристаллических комплексов моноклинной сингонии гексаэдрической структуры, разделяя каждую из перечисленных модальностей еще на две: на комплексы положительные и отрицательные.

47) Диаграмма этого вещества, как дающего остаток на пластиинке при сжигании, помещена в атласе во II-ой группе таблиц тетрагоналоидных кристаллов гексаэдрической структуры: „II Tetragonaloid hex. 90“, диагр. 5, лев. полов.

48) Здесь говорится о всех требованиях, ставящихся „кри-

<sup>1</sup> Allgemeinste Krystallisationsgesetze und die darauf füssende eindeutige Aufstellung der Krystalle. Zeitchr. f. Kryst., Bd. XXXVIII, S. 450—456.

сталлохимическим“ анализом установке кристаллов: о наилучшем удовлетворении гипотезы Бравэ, т.-е. правила наибольших ретикулярных плотностей, о наибольшем приближении по углам к одному из идеальных комплексов и о соблюдении условных правил, сопоставленных выше в примеч. 46.

**XXVI, 15 сн.** 49) В верхней строке приведены индексы Вырубова, в нижней полученные из них индексы Федоровской установки кристаллов (ср. примеч. 4).

**XXVII, 5 св.** 50) В этой модальности моноклинной сингонии (когда (001) совпадает с плоскостью симметрии) отклонение угла главной призмы, т.-е. нижнее число символа комплекса, берется после моноклинного сдвига. В триклиинной сингонии — после обоих сдвигов. В других модальностях моноклинной сингонии этот угол от моноклинного сдвига не меняется, почему там безразлично, брать ли его до сдвига или после.

**XXVII, 16 сн.** 51) Этот комплекс отрицателен, потому что главное число его мало, а именно равно  $26^\circ$  (см. символ комплекса в тексте).

В этом случае оно отсчитывается (см. атлас, „Tetragonaloid hex. 35“, диагр. 10, прав. полов.) от правого полюса сетки, где стоит (001) до (111), проекция которой показана, но символ не подписан.

Границей между положительным и отрицательным комплексом кубического типа служит изотропный кубический комплекс (кубической сингонии), для которого главное число равно полярному расстоянию грани октаэдра, т.-е. приблизительно  $54\frac{3}{4}^\circ$ .<sup>1</sup> При этом единичные отрезки на горизонтальных осях равны единичному отрезку на главной оси. Для тетрагонального изотропного комплекса это равенство точно, для псевдо-тетрагонального — почти и для изотропного — приблизительно. Если главное число  $< 54\frac{3}{4}^\circ$ , то отрезок по [001]  $<$  чем по [100] и [010]. Основной параллелипипед будет сплюснут (отрицательные комплексы). Если главное число тетрагонального кристалла  $> 54\frac{3}{4}^\circ$ , то единичный отрезок по [001]  $>$  отрезков по [100] и [010]. Основной параллелепипед вытянут по [001] (положительные комплексы). Ср. примеч. 30.

**XXIX, 13 св.** 52) В статье, указанной в выноске, Федоровым доказано лишь следующее: если кристаллический комплекс ромбической

<sup>1</sup> Точнее  $54^\circ 44' 8''$ .

сингонии, который в результате применения к нему „правильной установки“ получает символ  $\frac{4h}{7}$ , т.-е. представляется тетрагоналоидным с гексаэдрической структурой, является модальностью второго рода и имеет угол между (100) и (110) равным  $45^\circ + 7\frac{1}{2}^\circ = 52\frac{1}{2}^\circ$ , то такой комплекс с равным правом, т.-е. с равным достоинством  $W$  установки, можно рассматривать как комплекс гипогексагонального типа с углом между (0101) и (0110) равным  $60^\circ - 7\frac{1}{2}^\circ = 52\frac{1}{2}^\circ$ , т.-е. с символом  $\frac{6}{7}$ .

Но вопрос о том, не могут ли подобные пограничные случаи существовать между комплексами гипогексагонального и кубического типа при других структурах и модальностях, решается им отрицательно без доказательств. Этот вопрос подлежит еще пересмотру.

53) Здесь Федоров имеет в виду свою работу: „Allgemeinste XXIX, 8 сн. Krystallisationsgesetze und die darauf fussende eindeutige Aufstellung der Krystalle“ (Zeitschr. f. Kryst., Bd. XXXVIII, S. 321—490). О ней я упоминал уже в примеч. 46.

Здесь (стр. 456) он доказывает, что правильная установка различает 301 подразделение кристаллических комплексов и может определить, к которому из них относится данный комплекс. При подсчете этих подразделений он считает модальности разных видов симметрии за различные подразделения. Также комплексы разных подтипов (тетрагоналоидные, тригоналоидные и гексагоналоидные) принимаются за разные подразделения. Равным образом и положительные и отрицательные комплексы.

Таким образом, в моноклинной сингонии получается следующее:

а) Тетрагоналоидные комплексы. 6 модальностей, выведенные выше (примеч. 46) дают 12 подразделений, если принять во внимание положительные и отрицательные комплексы. Так — для каждого из 3-х видов симметрии моноклинной сингонии. Всего 36 подразделений.

б) Тригоналоидные при подобном же подсчете дают 24 подразделения.

в) Гексагоналоидные — 36.

Всего 96 подразделений.

Как видим, в этих подсчетах не принимаются во внимание

в кубическом типе различные структуры, через что число различных опытным путем подразделений (т.-е. модальностей в широком смысле) возрасло бы еще значительно.

В этом подсчете на триклининую сингонию приходится 128 подразделений, т.-е. несколько меньше половины общего числа 30!, что несколько противоречит сказанному в тексте.

- XXX. 15 сн. 54) Атлас, „II Tetragonaloid hex. 96“, диагр. 10.
- XXXI. 16 св. 55) Т.-е. с ребром, имеющим тот же символ, что и рассматриваемая грань.
- XXXI. 17 св. 56) Лучше было бы сказать: „в сравнении с другими аналогичными углами“.
- XXXI. 18 сн. 57) Углы между (100) и [100], (110) и [110] и т. д. „непосредственно из диаграммы“, как говорит Федоров, не видны, но легко на ней получаются, если построить проекции соответствующих ребер или осей поясов, ибо проекции полюсов граней имеются.
- XXXI. 14 сн. 58) Напоминаем: через (100) обозначается тот из двух основных пиакоидов главного пояса, нормаль к которому делает с нормалью к (110) больший угол.
- XXXII. 1 св. 59) Эту фразу лучше сказать так: „Мы разыскиваем проекцию пересечения этого пояса с вертикальным диаметром сетки и отсчитываем угол от этого пересечения до полюса (100), т.-е. угол между меридианом  $v$  — (010) и кругом проекций“.
- XXXII. 8 св. 60) О модальностях, связанных с положением полюса  $v$  псевдо-плоскости симметрии триклининых комплексов будет сказано в следующем примере.
- XXXII. 10 св. 61) Триклиниальный сдвиг есть такой сдвиг, которым триклинический комплекс преобразуется в моноклинический. О сдвигах вообще см. примеч. 35. К сказанному там необходимо здесь кое-что добавить.  
*Нулевой плоскостью сдвига* здесь является меридиан, проходящий через нормаль к (010) и перпендикулярный к меридиану  $v$  — (010).  
*Направлением или осью сдвига* служит направление нормали к (010).  
*Величина сдвига* берется такая, чтобы пояс [010] пришел в совмещение с (010), т.-е. чтобы гномостереографические проекции (100), (101), (001), ( $\bar{1}01$ ), ( $\bar{1}00$ ) пришли на вертикальный диаметр сетки. Чтобы найти величину сдвига здесь, надо отчетливо понять механизм сдвига.

Чтобы понять механизм сдвига, надо заметить следующее. Из определения сдвига следует, что каждая точка движется по прямой, параллельной оси сдвига. Следовательно каждая прямая описывает плоскость, проходящую через ее начальное положение и параллельную оси сдвига, причем след данной прямой на нулевой плоскости остается неподвижным. Поэтому каждая нормаль к грани в нашем случае будет двигаться в плоскости меридиана, идущего через начальное положение нормали и полюс (010). А проекции нормалей — по проекциям этих меридианов. В частности проекция (100) будет двигаться по кругу проекций.

Величина сдвига (примеч. 38) есть угол между нормалью к нулевой плоскости и той прямой, которая приходит в совмещение с этой нормалью в результате сдвига. Проекция нормали к нулевой плоскости легко здесь находится, как точка пересечения меридиана сетки (010) —  $v$  и вертикального диаметра сетки. Проекция прямой, приходящей после сдвига в совмещение с этой нормалью, находится из таких соображений: 1) при сдвиге эта прямая движется в меридиане, идущем через (010) и приходит в сливание с нормалью к нулевой плоскости, следовательно, искомая прямая лежит с упомянутой нормалью на одном меридиане системы (010), т.-е. в меридиане  $v$  — (010); 2) так как с вертикальным диаметром сетки после сдвига по заданию должна совпасть проекция плоскости (100) — (101) — (001) — (101) — (100), то искомая прямая и лежит в этой плоскости на меридиане  $v$  — (010); угол между этой искомой прямой и нормалью к плоскости сдвига, лежащей в том же меридиане на вертикальном диаметре, равен углу  $v$  — (010), ибо (010) есть нормаль к вертикальному меридиану, а  $v$  нормаль к плоскости (010) — (001).

Поэтому окончательно величина триклиинного сдвига есть  $v$  — (010).

Следует обратить внимание на то, что величину триклиинного сдвига Федоров меряет иным способом, чем моноклиинного, но определение понятия всех элементов сдвига остается тождественным в обоих случаях.

62) Этот способ отыскания положений полюсов граней вертикального пояса после сдвига основан на следующем.

Каждый меридиан, идущий через (010), дает в качестве своей

линейной проекции некоторую прямую, параллельную горизонтальному диаметру сетки. При сдвиге все направления, лежащие в этом меридиане, не выйдут из него, как было указано выше. Их линейные проекции, т.-е. следы этих направлений на плоскости проекций при сдвиге, все передвинутся параллельно горизонтальному диаметру сетки (ось сдвига). Другими словами, линейные проекции все передвинутся вдоль той вышеупомянутой прямой, которая является линейной проекцией всего меридиана. Мало этого. Линейные проекции всех направлений, лежащих в одном и том же меридиане, сдвинутся на равные расстояния, ибо длина сдвига для каждой точки определяется удалением ее от нулевой плоскости, а эти удаления для всех рассматриваемых линейных проекций будут здесь равны.

Таким образом, если бы мы рассматривали прямую  $b_1 \ a_1 \ c_1 \ d_1$  (см. ту же диагр. 10 в атласе на листе „II Tetragonaloid hex. 96“), как линейную проекцию меридиана, идущего через горизонтальный диаметр сетки под углом  $23^\circ$  к оси проекций, а точки  $a_1 \ b_1 \ c_1 \ d_1$ , как линейные проекции некоторых направлений, лежащих в этом меридиане, то зная, что одна из них  $a$  после сдвига придет в точку  $a'_1$  (на той же прямой), мы можем определить линейные проекции  $b'_1 \ c'_1 \ d'_1$  всех остальных направлений после сдвига, откладывая в одну и ту же сторону отрезки:

$$b_1 \ b'_1 = c_1 \ c'_1 = d_1 \ d'_1 = a_1 \ a'_1.$$

Заметим, что линейные проекции нормалей суть гномонические проекции граней; однако, задачу сдвигов обыкновенно приходится решать в применении к гномостереографическим проекциям, т.-е. задача сдвига формулируется обычно так: по данному положению  $x$  гномостереографической проекции некоторой грани до сдвига, найти положение  $x'$ , таковой же проекции той же грани после сдвига, если все элементы сдвига заданы.

После сказанного выше понятно, что проще всего эту задачу решить в нашем случае так:

1. Проводим меридиан через  $x$  и  $(010)$  и отмечаем точку встречи  $m$  этого меридиана и плоскости  $(100) — (001)$ .
2. Переходим к линейной проекции этого меридиана и к гномоническим проекциям  $x'$  и  $m'$ , отвечающим  $x$  и  $m$ .
3. Зная, что проекция плоскости  $(100) — (010)$  после сдвига

сливается с вертикальным диаметром сетки, заключаем, что  $m'$  при сдвиге пойдет по линейной проекции меридиана до точки  $m''$ , где эта линейная проекция встречает вертикальный диаметр. Так что  $m'$  передвинется на отрезок  $m'm''$ .

4. Откладываем от  $x'$  в ту же сторону отрезок  $x'x'' = m'm''$ ; получаем положение гномонической проекции  $x''$  после сдвига.

5. Соединяя  $x''$  с центром, отмечаем пересечение соединяющего радиуса с меридианом, указанным выше в п. 1; здесь и будет искомая гномостереографическая проекция  $x$  после сдвига.

Этот простой прием неудобен и невозможен для граней, проекции которых лежат на пологих меридианах, коих линейные проекции располагаются слишком далеко от центра. В особенности для граней вертикального пояса, так как линейная проекция круга проекций лежит в бесконечности.

Но здесь на помощь приходит то соображение, что для нахождения гномостереографических проекций после сдвига нам собственно не нужны самые гномонические проекции тех же граней, а нужны лишь лучи, соединяющие их с центром. Ибо в пересечениях этих лучей с соответственным меридианом и лежат искомые гномостереографические проекции.

Найти же положение луча, идущего в гномоническую проекцию какой-либо грани после сдвига, можно так: если проведем любую прямую, параллельную горизонтальному диаметру и, следовательно, параллельную линейной проекции меридиана, то пары идущих из центра проекций  $O$  лучей  $Ox'$  и  $Ox''$ ,  $Om'$  и  $Om''$  отсекут равные отрезки не только на линейной проекции меридиана, но и на всякой прямой, параллельной этой проекции, т.-е. параллельной горизонтальному диаметру (вследствие подобия треугольников).

После этих пояснений, надеемся, будет понятен способ Федорова, начиная от места нашего примеч. 61.

63) Это одно из чисто условных правил Федоровской установки. XXXII, 9 сн.

64) Сдвиг гномостереографической проекции  $O$  грани (111) XXXII, 2 сн. Федоров производит здесь несколько иначе, чем мною рассказано в примеч. 62. А именно, в плоскости меридиана  $O-(010)$  он производит сдвиг совершенно тем же построением, как он только что производил в плоскости круга проекций для граней вертикального пояса. Для этого он совмещает меридиан  $O-(010)$ , вращением вокруг горизонтального диаметра, с нижним полукругом

проекций и отмечает, куда придут при этом точки  $(\bar{1}01)$  и  $O$ . Соединяя эти отмеченные точки с центром лучами, получает на прямой  $b_1 a_1$  две точки  $c$  и  $c_1$ . После сдвига  $cc_1$  придет в  $a_1 c_1'$ . Точку  $c_1'$  он лучем из центра проектирует на окружность проекций, и вращает все обратно в прежнее положение меридиана. Спроектированная на окружность точка даст после этого обратного поворота положение  $O_1$  точки  $O$  после сдвига. Второй сдвиг по направлению „(100) — центр“ („моноклинный сдвиг“) из  $O_1$  в  $O_1'$  основан на том же приеме. Только здесь сдвигается сначала новое положение (после первого сдвига) проекции  $(\bar{1}01)$ , чтобы затем перейти к точке  $O_1'$ . Сдвиг  $(\bar{1}01)$  производится в вертикальном меридиане сетки, для чего этот меридиан совмещается опять с нижним полукругом проекций, как объяснено выше.

Оба способа, изложенные мною в примеч. 62, и способ Федорова, поясненный сейчас, приводят, разумеется, к одинаковому положению точки  $O_1'$ .

- XXXIII, 7 св. 65) Здесь вместо  $(\bar{1}11)$  надо поставить  $(\bar{1}01)$ , так как речь идет о точке  $D$ .
- XXXIII, 9 св. 66) Вслед за „(100)“ вставить: „после сдвига“.
- XXXIII, 9 св. 67) Точка  $O_1'$  должна лежать в меридиане, идущем через  $O$ , потому что при втором (моноклинном) сдвиге нормаль к грани  $O_1$  движется в этом меридиане (примеч. 61).
- XXXIII, 10 св. 68) Так как в результате обоих сдвигов комплекс превращается в ромбический.
- XXXIII, 12 св. 69) Сдвиги приходится производить а) для определения величины моноклинного сдвига в триклиническом комплексе, б) для определения главного числа, с) для определения плотности граней главного пояса.
- XXXIII, 14 сн. 70) Атлас, „II Tetragonalode hex. 98“, диагр. 1.
- XXXIII, 13 сн. 71) „Sie“ — рассматриваемая модальность.
- XXXIII, 10 сн. 72) Эти правила расстановки символов основных граней содержатся в тех систематических правилах, которые были изложены мною выше в примеч. 46 для моноклинной сингонии. Следует лишь вместо „плоскости симметрии моноклинного комплекса“ везде подставить: „псевдо-плоскость симметрии триклинического комплекса“.
- XXXIV, 6 св. 73) Полюс  $v$  не надписан на диаграмме, но отмечен на ней слева, недалеко от  $(\bar{1}\bar{1}0)$ .

74) Или, что то же, пояса (001):(1 $\bar{1}$ 0). Полюс последней **XXXIV, 6 св.** грани отмечен внизу на окружности проекций.

75) Угол 30° между меридианом (110)—v или, что то же, **XXXIV, 9 св.** (1 $\bar{1}$ 0)—v и плоскостью проекций находится простым отсчетом на диаграмме, и этого, конечно, вовсе не „указывает знак + при нижнем числе“, как не вполне точно сказано у Федорова. Знак + указывает лишь то, что сказано в следующей (10-ой) строке книги.

76) Здесь пояс указан неверно. Следует читать: (1 $\bar{1}$ 0):(001). **XXXIV, 10 св.**

77) За нулевую плоскость сдвига берется плоскость проекций. **XXXIV, 14 св.**

78) Механизм определения ретикулярных плотностей изложен **XXXIV, 17 св.** здесь Федоровым вполне отчетливо. Обоснование содержится в упоминавшейся статье Соколова и Артемьева. Я не имею возможности отвлечься здесь на изложение этого обоснования (см. примеч. 43). Впрочем, ниже, в примеч. 108 будут резюмированы все правила определения ретикулярных плотностей.

79) См. примеч. 51 и 30. **XXXIV, 10 сн.**

80) См. атлас, таблицы „II Tetragonaloid hex. 101“, диагр. 7. **XXXV, 2 св.**

81) Тетрагоналоидную пространственную решетку октаэдрической структуры, т.-е. с точками в углах и в центре тетрагональной призмы, можно рассматривать и как додекаэдрическую, т.-е. с точками в углах и в центрах граней тетрагональной призмы. Это нетрудно понять если вычертить слой из четырех, смежных по боковым граням, центрированных призм и выделить затем в середине их новую призму с вертикальными гранями, диагонально рассекающими каждую из четырех первоначальных призм. Новая призма будет иметь точки в углах и в центрах граней. По объему она будет вдвое больше каждой из данных. Всю данную решетку можно представлять себе составленной из этих центрограммных призм, так же точно как и из первоначально данных центрированных призм. Эти соображения показывают, что всякую тетрагоналоидную решетку додекаэдрической структуры можно рассматривать и как решетку октаэдрической структуры. При этом надо граням, принятым за (110), (1 $\bar{1}$ 0), (111), придать символы (100), (010), (101). При этом модальность первого рода меняется на модальность второго рода (или обратно), грани с тремя нечетными индексами получают символы с двумя нечетными индексами. Так, (111) переходит в (101), (1 $\bar{1}$ 1)—в (011) и т. д.

При такой перемене *точки зрения* на решетку без всякого фактического ее изменения, разумеется, ретикулярные плотности всех ее граней останутся без изменения. Способы теоретического определения плотностей граней данного комплекса по символам этих граней и в предположении той или иной структуры будут описаны ниже. В разбираемых обоих случаях эти способы дадут нам в точности одинаковые цифры плотностей для всех граней как в предположении октаэдрической, так и в предположении додекаэдрической структуры.

Структуру мы узнаем, определяя в предположении каждой структуры важнейшие по плотности грани и сравнивая их с гранями важнейшими, т.-е. наиболее часто встречающимися у реальных кристаллов. Мы принимаем для данных кристаллов ту структуру, при которой уклонение теоретического ряда наиболее важных граней от реального является наименьшим. Как сказано выше, для тетрагоналоидных кристаллов, теоретический ряд будет одинаков для додекаэдрической и для октаэдрической структур. Следовательно и уклонение реального ряда от обоих теоретических будет одно и то же. И по этому признаку, структуры мы не определим, если только не гексаэдрическая структура является наиболее вероятной. Чтобы устранить двойственность в этом случае, Федоров привлек сюда второе основное положение кристаллохимического анализа: *принцип наименьших деформаций, или иначе — принцип наименьших уклонений от кубического комплекса.*

Дело в том, что при переходе от додекаэдрической установки данного кристалла к октаэдрической, не меняются плотности граней, но меняется главное число. Следовательно меняется степень положительного или отрицательного комплекса (примеч. 51), т.-е. степень удаления данного комплекса от изотропного, с главным числом  $= 54\frac{3}{4}^\circ$ . Федоров и считает ту из этих двух структур наиболее вероятной, при допущении которой комплекс будет ближе к изотропному. Развитие этого принципа может быть сделано в разных направлениях,<sup>1</sup> в зависимости от того, что считать критерием близости данного комплекса к изотропному. Критерий, принятый Федоровым, привел к следующему весьма простому пра-

<sup>1</sup> А. А. Марков. Принцип минимальных деформаций в его различных формулировках. (Рукопись, пока не напечатанная).

вилу: при додекаэдрической установке тетрагоналоидных кристаллов, главное число не должно быть меньше  $50^\circ$ , в противном случае надо установку изменить в октаэдрическую; при октаэдрической установке тетрагоналоидных кристаллов, главное число не должно быть больше  $60^\circ$ , в противном случае надо установку изменить в додекаэдрическую.

На выводе этих правил я не задерживаюсь, считая достаточным сделанное выше пояснение оснований вывода.

82) Атлас „I Tetragonaloidе okt. 62“, диагр. 2, лев. полов. XXXVII, 5 сн.  
Сдвиг на диаграмме не отмечен, вопреки тому, что сказано в тексте. Надо было бы от крестика, стоящего внутри левого нижнего квадранта и изображающего (111), провести отрезок пунктирного меридиана, идущего через вертикальный диаметр сетки. Этот отрезок меридиана вести до пересечения с радиусом, идущим в точку (110). В этом пересечении и будет положение полюса (111) после моноклинного сдвига.

83) В тексте (стр. 601) этот символ комплекса принадлежит XXXVII, 10 сн. не одному веществу, а целой изоморфной группе.

84) Атлас „II Tetragonaloidе okt. 105“, диагр. 9, прав. полов. XXXVII, 6 сн.

В мелочах эта диаграмма не вполне сходится с текстом, так как текст этого примера целиком почти заимствован из работы „Die Praxis, etc.“, а диаграмма для „Das Krystallreich“ была сделана заново, и символ комплекса новый.

85) Вследствие неточностей печатания черная краска диаграммы сместилась по отношению к сетке, и указанное здесь соотношение неясно из диаграммы.

86) При составлении таблиц „Das Krystallreich“. XXXVIII, 10 сн.

87) После „моих“ вставить: „новых“. XXXVIII, 12 сн.

88) После „из“ вставить: „нового“. XXXVIII, 14 сн.

89) Таким образом, наиболее правильный символ этого комплекса XXXVIII, 18 сн.

есть  $\frac{4o}{6}^1$ . Федоровым при определении этого вещества, как не-

известного, был получен символ  $\frac{4o}{6}^2$ . Вещество не было определено, потому что в таблицах оно значилось под совершенно другим, непохожим символом, выведенным для него (повидимому Баркером) при составлении таблиц на основании недостаточных

данных прежних измерений. А именно, грань (120) — в установке Баркера — была принята за постоянную, тогда как ее появление случайно.

**XXXVIII, 1 сн.** 90) Атлас, „II Tetragonaloidе okt. 107“, диагр. 6, лев. полов.

**XXXIX, 11 сн.** 91) Атлас, „I Tetragonaloidе okt. 61“, диагр. 11.

Здесь видим, что полюс псевдо-плоскости симметрии  $v$ , отмеченный на диаграмме крестиком близ (100), расположен так, что меридиан ( $\bar{1}00$ ) —  $v$  составляет  $45^\circ$  с плоскостью проекций и лежит в том же полукруге, что и меридиан (100) — (001). Последняя грань отмечена крестиком близ центра.

Поэтому вторая часть символа комплекса содержит нижнее число 45, и перед ним знак  $\leftarrow$ . Верхнее число второй части комплекса показывает, что триклинный сдвиг, измеряемый в данном случае углом ( $\bar{1}00$ )  $v$ , равен  $3^\circ$ .

**XL, 14 св.** 92) Все три числа, выражающие уклоны от прямых углов ( $8^\circ$ ,  $16\frac{1}{2}^\circ$  и  $12\frac{1}{2}^\circ$ ) являются очень значительными. Атлас, „I Tetragonaloidе okt. 60“, диагр. 9.

**XL, 10 сн.** 93) Атлас, „II Tetragonaloidе okt. 105“, диагр. 6.

**XL, 5 сн.** 94) Это вызывается тем, что это — триклинный комплекс, у которого число 6 моноклинного сдвига (второе в верхнем ряду символа комплекса) стоит без знака  $\pm$ , что обозначает, что [001] установлена не вертикально, но находится близ горизонтального диаметра сетки. Проекция [001] здесь есть ничто иное, как проекция  $v$  полюса псевдо-плоскости симметрии.

Из разобранных Федоровым выше примеров триклинных комплексов сюда же относится пример 10-ый. Там, однако, на обсуждаемое здесь обстоятельство Федоров не обратил внимания читателя.

Определение ретикулярных плотностей потому осложняется в этом случае, что ни одна из проекций кристаллографических осей [100], [010], [001] не совмещена ни с одним из полюсов сетки. Между тем метод определения ретикулярных плотностей, предложенный Соколовым и Артемьевым, требует отсчета угла между одной из кристаллографических осей и полюсом соответственной грани.

Поэтому здесь прежде всего надо достигнуть такого совмещения поворотами всей проекции комплекса, что на Федоровской

сетке совершаются без труда. При поворотах вокруг одного из трех главных диаметров шара проекций (вертикального, горизонтального и нормального к плоскости проекций) полюсы движутся по параллелям соответственных глобусных сетей, углы же поворота просчитываются по соответственным меридианам.

95) „Упомянутый пояс“, т.-е. псевдо-плоскость симметрии. **XLI, 3 св.**

96) При этом проекция оси этого пояса [001], совпадающая **XLI, 3 св.** в этом случае с полюсом псевдо-плоскости симметрии, сольется после таких двух поворотов с правым или левым полюсом сетки.

97) См. сказанное в конце примера З-го от слов: „Я думаю **XLI, 8 св.** прибавить...“. Если сказанного там недостаточно для уяснения текста Федорова, то надлежит иметь в виду нижеизложенное.

Для определения плотностей граней главного пояса по методу Соколова и Артемьева необходимо произвести прежде всего такой сдвиг комплекса, чтобы ось главного пояса совпала с нормалью к грани, имеющей символ, одинаковый с главной осью. Конечно, это нужно лишь тогда, когда такого совпадения нет до сдвига.

За плоскость сдвига в этом случае принимается главный пояс, совпадающий после двух поворотов с вертикальным меридианом сетки, а за направление сдвига — ось проекций. Тогда, согласно тому, что говорилось в примеч. 38 и 61, нормали к граням главного пояса останутся на месте, а все остальные будут двигаться в плоскостях, идущих через ось сдвига, т.-е. через ось проекций. Следовательно, проекции всех этих „остальных“ граней будут двигаться по радиусам круга проекций, пока не придут на соответствующие меридианы глобусной сети с горизонтальной осью (101) на меридиан [001]—(100), (111) на меридиан [001]—(110) и т. д. Этот предел передвижения всех полюсов ясен из того, что эти полюсы должны оставаться в тех же поясах, в каких они были до сдвига, ибо плоскости до сдвига остаются плоскостями и после сдвига (примеч. 61). А пояса, идущие через эти грани и через (001), займут после сдвига положение меридианов горизонтальной глобусной сети, так как (001) сольется с правым полюсом сетки. Положение же граней пояса [001], т.-е. (110), (100), (110), (010), (110), от сдвига не изменится.

98) Здесь, если быть точным, следовало бы сказать не „на- **XLI, 9 св.** правлением сдвига“, а „направлением передвижения проекций“.

99) Таблица основывается, конечно, не на символе комплекса, **XLI, 8 сн.**

а обратно: символ комплекса, являющийся конечным результатом гониометрического исследования кристалла, основывается между прочим и на таблице комбинации и плотностей.

**XLIII, 2 св.** 100) И здесь лучше сказать не „основывающуюся“, а „отвечающую“ символу комплекса.

**XLIII, 10 св.** 101) Форму (001).

**XLIV, 8 сн.** 102) Здесь говорится о графических таблицах с прямоугольной сеткой, помещенных в начале атласа (стр. 1—21); конструкция этих графических таблиц объяснена Федоровым в конце „Einleitung“.

**XLIV, 7 сн.** 103) „I Tetragonaloidе dod. 74“, диагр. 2, лев. полов. В „Das Krystallreich“ этот комплекс занесен под названием „Querzin“ и с символом  $\frac{4d; -2}{7}$  (текст, стр. 750). Главное число после написания „Einleitung“ было изменено с  $57\frac{1}{2}^\circ$  на  $58^\circ$ .

**XLIV, 4 сн.** 104) Напомним, что для модальностей, подобных этой,  $7\frac{1}{2}^\circ$  есть предельная величина отклонения угла (100):(110) от  $45^\circ$  или от  $60^\circ$  ( $45^\circ + 7\frac{1}{2}^\circ = 60^\circ - 7\frac{1}{2}^\circ$ ), при которой главный пояс можно с равным правом принимать тетрагональдным и гипогексагональдным (см. 7-ой пример). Однако, в разбираемом частном случае из диаграммы видно, что развитие косых граней (100), (111), (010) свидетельствует определенно о том, что главная ось здесь [т.-е. (110)] есть псевдо-четверная, а не псевдо-шестерная, почему и комплекс надо считать тетрагональдным, а не гипогексагональдным.

**XLV, 13 сн.** 105) В таблицах (стр. 780) и в атласе („I Tetragonaloidе dod. 77“, диагр. 10) это вещество помещено под несколько иным символом:  $\frac{4d; -1}{62; \frac{1}{3}} \quad 90$ .

**XLV, 8 сн.** 106) Так как в вышеприведенном окончательном символе комплекса нижнее число есть  $90^\circ$ , то это показывает, что полюс псевдо-плоскости симметрии лежит приблизительно на горизонтальном диаметре сетки (отмечен у левого ее полюса), т.-е. он не находится ни в верхнем, ни в нижнем полукруге. Поэтому перед числом 90 нет никакого знака.

Мимоходом упомяну, что в первой редакции комментируемого „Einleitung“, т.-е. в работе Федорова „Die Praxis. etc.“, к этому примеру относится диаграмма 24, у которой в символ комплекса

вкраилась опечатка: вместо? поставлено?. Надо сказать, что из этой диаграммы скорее видно, что у? надо поставить знак —, а не +, как говорит Федоров, ибо, судя по диаграмме, полюс псевдо-плоскости симметрии лежит в верхнем полукруге, а (001)— в нижнем.

107) Здесь говорится о точке в графических таблицах с прямоугольной сеткой, помещенных в начале атласа (первые 21 стр.). Конструкция их объяснена Федоровым в конце „Einleitung“.

108) Я изложу теперь механизм определения квадратов относительных ретикулярных плотностей в виде систематических правил. Я не буду при этом касаться теории этого определения, отсылая к первоисточникам, упомянутым в примеч. 43. Я буду стремиться лишь к тому, чтобы руководясь сделанными здесь указаниями читатель мог найти квадраты ретикулярных плотностей во всех случаях. При этом лучше сначала поупражняться на примерах, даваемых Федоровым, принимая его цифры плотностей, как ответы к задачам; а затем приступить в случае нужды и к самостоятельному определению плотностей.

Федоров пользовался при всех своих работах по определению плотностей таблицами №№ 1 и 2 В. И. Соколова (и Д. Н. Артемьева).<sup>1</sup> Я прежде всего приведу эти таблицы в том, более удобном виде, какой им придан О. М. и В. А. Аншелес<sup>2</sup> (см. стр. 44).

---

<sup>1</sup> В. И. Соколов и Д. Н. Артемьев. Определение плотностей сеток кристаллических граней без помощи построения. Зап. Горн. Инст., 1910 г., т. II, вып. 5, стр. 322. Та же статья по немецки: Zeitschr. f. Kryst., Bd. XLVIII, S. 377.

<sup>2</sup> О. М. Аншелес. Определение относительной ретикулярной плотности граней кристаллов. Тр. Ленингр. О-ва Ест., т. XXXIX, в. 4, стр. 135.

ТАБЛИЦА 1

для определения квадратов, относительных ретинулярных плотностей  
косых граней кристаллов гексаэдрической и призматической структуры.

Составлена О. М. и В. А. Аншелес.

ρ	n	1/n <sup>2</sup> cos <sup>2</sup> ρ					
		1	2	3	4	5	6
0°00'	1,000	0,250	,111	,063	,040	,028	
0°30'	1,000	,250	,111	,062	,040	,028	
1°00'	1,000	,250	,111	,062	,040	,028	
1°30'	0,999	,250	,111	,062	,040	,028	
2°00'	,999	,250	,111	,062	,040	,028	
2°30'	,998	,250	,111	,062	,040	,028	
3°00'	,997	,249	,111	,062	,040	,028	
3°30'	,996	,249	,111	,062	,040	,028	
4°00'	,995	,249	,111	,062	,040	,028	
4°30'	,994	,249	,110	,062	,040	,028	
5°00'	0,992	0,248	0,110	0,062	0,040	0,028	
5°30'	,991	,248	,110	,062	,040	,028	
6°00'	,989	,247	,110	,062	,040	,027	
6°30'	,987	,247	,110	,062	,039	,027	
7°00'	,985	,246	,109	,062	,039	,027	
7°30'	,983	,246	,109	,061	,039	,027	
8°00'	,981	,245	,109	,061	,039	,027	
8°30'	,978	,245	,109	,061	,039	,027	
9°00'	,976	,244	,108	,061	,039	,027	
9°30'	,973	,243	,108	,061	,039	,027	
10°00'	0,970	0,243	0,108	0,061	0,039	0,027	
10°30'	,966	,242	,107	,060	,039	,027	
11°00'	,964	,241	,107	,060	,039	,027	
11°30'	,960	,240	,107	,060	,038	,027	
12°00'	,956	,239	,106	,060	,038	,027	
12°30'	,953	,238	,106	,060	,038	,026	
13°00'	,949	,237	,106	,059	,038	,026	
13°30'	,945	,236	,105	,059	,038	,026	
14°00'	,941	,235	,105	,059	,038	,026	
14°30'	,937	,234	,104	,059	,037	,026	

$\rho$	$n$	$1/n^2 \cos^2 \rho$					
		1	2	3	4	5	6
15°00'	0,933	0,283	0,104	0,058	0,087	0,026	
15°30'	,929	,282	,103	,058	,087	,026	
16°00'	,924	,281	,103	,058	,087	,026	
16°30'	,919	,280	,102	,057	,087	,026	
17°00'	,914	,289	,102	,057	,087	,025	
17°30'	,910	,288	,101	,057	,086	,025	
18°00'	,905	,286	,101	,057	,086	,025	
18°30'	,899	,285	,100	,056	,086	,025	
19°00'	,894	,284	,099	,056	,086	,025	
19°30'	,889	,282	,099	,056	,086	,025	
20°00'	0,888	0,221	0,098	0,055	0,035	0,024	
20°30'	,877	,219	,097	,055	,035	,024	
21°00'	,872	,218	,097	,054	,035	,024	
21°30'	,867	,217	,096	,054	,035	,024	
22°00'	,860	,215	,096	,054	,034	,024	
22°30'	,854	,214	,095	,053	,034	,024	
23°00'	,847	,212	,094	,053	,034	,024	
23°30'	,841	,210	,093	,053	,034	,023	
24°00'	,835	,209	,093	,052	,033	,023	
24°30'	,828	,207	,092	,052	,033	,023	
25°00'	0,821	0,205	0,091	0,051	0,033	0,023	
25°30'	,815	,204	,091	,051	,033	,023	
26°00'	,808	,202	,090	,050	,032	,022	
26°30'	,801	,200	,089	,050	,032	,022	
27°00'	,794	,199	,088	,050	,032	,022	
27°30'	,787	,197	,087	,049	,031	,022	
28°00'	,780	,195	,087	,049	,031	,022	
28°30'	,772	,193	,086	,048	,031	,021	
29°00'	,765	,191	,085	,048	,031	,021	
29°30'	,758	,190	,084	,147	,030	,021	
30°00'	0,750	0,188	0,083	0,047	0,030	0,021	
30°30'	,742	,186	,182	,046	,030	,021	
31°00'	,735	,184	,083	,046	,029	,020	
31°30'	,727	,182	,081	,045	,029	,020	
32°00'	,719	,180	,080	,045	,029	,020	
32°30'	,711	,178	,079	,044	,028	,020	
33°00'	,703	,176	,078	,044	,028	,020	
33°30'	,695	,174	,077	,043	,028	,019	
34°00'	,687	,172	,076	,043	,027	,019	
34°30'	,679	,170	,075	,042	,027	,019	

$\rho$	$n$	$1/n^2 \cos^2 \rho$					
		1	2	3	4	5	6
35°00'	0,671	0,168	0,075	0,042	0,027	0,019	
35°30'	,663	,166	,074	,041	,027	,018	
36°00'	,655	,164	,078	,041	,026	,018	
36°30'	,646	,162	,072	,040	,026	,018	
37°00'	,637	,159	,071	,040	,025	,018	
37°30'	,629	,157	,070	,039	,025	,017	
38°00'	,621	,155	,069	,039	,025	,017	
38°30'	,612	,153	,068	,038	,024	,017	
39°00'	,604	,151	,067	,038	,024	,017	
39°40'	,595	,149	,066	,037	,024	,017	
40°00'	0,587	0,147	0,065	0,037	0,023	0,016	
40°30'	,578	,145	,064	,036	,023	,016	
41°00'	,570	,143	,063	,036	,023	,016	
41°30'	,561	,140	,062	,035	,022	,016	
42°00'	,552	,138	,061	,035	,022	,015	
42°30'	,544	,136	,060	,034	,022	,015	
43°00'	,535	,134	,059	,033	,021	,015	
43°30'	,526	,132	,058	,033	,021	,015	
44°00'	,517	,129	,057	,032	,021	,014	
44°30'	,509	,127	,057	,032	,020	,014	
45°00'	0,500	0,125	0,056	0,031	0,020	0,014	
45°30'	,491	,123	,055	,031	,020	,014	
46°00'	,483	,121	,054	,030	,019	,013	
46°30'	,474	,119	,053	,030	,019	,013	
47°00'	,465	,116	,052	,029	,019	,013	
47°30'	,456	,114	,051	,029	,018	,013	
48°00'	,449	,112	,050	,028	,018	,012	
48°30'	,439	,110	,049	,027	,018	,012	
49°00'	,430	,108	,048	,027	,017	,012	
49°30'	,422	,106	,047	,026	,017	,012	
50°00'	0,413	0,103	0,046	0,026	0,017	0,011	
50°30'	,405	,101	,045	,025	,016	,011	
51°00'	,396	,099	,044	,025	,016	,011	
51°30'	,388	,097	,043	,024	,016	,011	
52°00'	,378	,095	,042	,024	,015	,011	
52°30'	,371	,093	,041	,023	,015	,010	
53°00'	,362	,091	,040	,023	,014	,010	
53°30'	,353	,088	,039	,022	,014	,010	
54°00'	,345	,086	,038	,022	,014	,010	
54°30'	,337	,084	,037	,021	,013	,009	

$\rho$	$n$	1/n^2 \cos^2 \rho					
		1	2	3	4	5	6
55°00'	0,329	0,082	0,037	0,021	0,013	0,009	
55°30'	,320	,080	,036	,020	,013	,009	
56°00'	,313	,078	,035	,020	,013	,009	
56°30'	,304	,076	,034	,019	,012	,008	
57°00'	,297	,074	,033	,019	,012	,008	
57°30'	,289	,072	,032	,018	,012	,008	
58°00'	,281	,070	,031	,018	,011	,008	
58°30'	,273	,068	,030	,017	,011	,008	
59°00'	,265	,066	,029	,017	,011	,007	
59°30'	,258	,065	,029	,016	,010	,007	
60°00'	0,250	0,063	0,028	0,016	0,010	0,007	
60°30'	,242	,061	,027	,015	,010	,007	
61°00'	,235	,059	,026	,015	,009	,007	
61°30'	,228	,057	,025	,014	,009	,006	
62°00'	,220	,055	,024	,014	,009	,006	
62°30'	,213	,053	,024	,013	,009	,006	
63°00'	,206	,051	,023	,013	,008	,006	
63°30'	,199	,050	,022	,012	,008	,006	
64°00'	,192	,048	,021	,012	,008	,005	
64°30'	,185	,046	,021	,012	,008	,005	
65°00'	0,179	0,045	0,020	0,011	0,007	0,005	
65°30'	,172	,043	,019	,011	,007	,005	
66°00'	,165	,041	,018	,010	,007	,005	
66°30'	,159	,040	,018	,010	,006	,004	
67°00'	,153	,038	,017	,010	,006	,004	
67°30'	,146	,037	,016	,009	,006	,004	
68°00'	,140	,035	,016	,009	,006	,004	
68°30'	,135	,034	,015	,008	,005	,004	
69°00'	,128	,032	,014	,008	,005	,004	
69°30'	,123	,031	,014	,008	,005	,503	
70°00'	0,117	0,029	0,013	0,007	0,005	0,003	
70°30'	,112	,028	,012	,007	,004	,003	
71°00'	,106	,027	,012	,007	,004	,003	
71°30'	,101	,025	,011	,006	,004	,003	
72°00'	,095	,024	,011	,006	,004	,003	
72°30'	,090	,023	,010	,006	,004	,003	
73°00'	,085	,021	,009	,005	,003	,002	
73°30'	,080	,020	,009	,005	,003	,002	
74°00'	,076	,019	,008	,005	,003	,002	
74°30'	,071	,018	,008	,004	,003	,002	



ТАБЛИЦА 2

для определения квадратов относительных ретикулярных плотностей граней  
главного пояса кристаллов гексаэдрической и призматической структуры.

Составлена О. М. и В. А. Анпелес.

$\rho$	$\operatorname{ctg}^2 \rho$	$\frac{1}{9} \operatorname{ctg}^2 \rho$	$\rho$	$\operatorname{ctg}^2 \rho$	$\frac{1}{9} \operatorname{ctg}^2 \rho$
0°	$\infty$	$\infty$	15°	13,922	1,547
0°30'	13130,559	1458,951	15°30'	13,002	1,445
1°	3282,189	364,682	16°	12,162	1,351
1°30'	1458,358	162,040	16°30'	11,392	1,266
2°	820,035	91,115	17°	10,698	1,189
2°30'	524,588	58,287	17°30'	10,059	1,118
3°	364,090	40,454	18°	9,472	1,052
3°30'	267,318	29,702	18°30'	8,932	0,992
4°	204,509	22,723	19°	8,434	0,987
4°30'	161,448	17,939	19°30'	7,974	0,886
5°	130,646	14,516	20°	7,549	0,839
5°30'	107,856	11,984	20°30'	7,154	0,795
6°	90,528	10,058	21°	6,786	0,754
6°30'	77,034	8,559	21°30'	6,445	0,716
7°	66,330	7,370	22°	6,126	0,681
7°30'	57,695	6,411	22°30'	5,828	0,648
8°	50,628	5,625	23°	5,550	0,617
8°30'	44,772	4,975	23°30'	5,289	0,588
9°	39,868	4,429	24°	5,045	0,561
9°30'	35,710	3,968	24°30'	4,815	0,535
10°	32,163	3,574	25°	4,599	0,511
10°30'	29,112	3,235	25°30'	4,395	0,488
11°	26,466	2,941	26°	4,204	0,467
11°30'	24,159	2,662	26°30'	4,023	0,447
12°	22,184	2,459	27°	3,852	0,428
12°30'	20,346	2,261	27°30'	3,690	0,410
13°	18,762	2,085	28°	3,538	0,393
13°30'	17,350	1,923	28°30'	3,392	0,377
14°	16,086	1,787	29°	3,255	0,362
14°30'	14,951	1,661	29°30'	3,124	0,347

$\rho$	$\operatorname{ctg}^2 \rho$	$\frac{1}{9} \operatorname{ctg}^2 \rho$	$\rho$	$\operatorname{ctg}^2 \rho$	$\frac{1}{9} \operatorname{ctg}^2 \rho$
30°	8,000	0,333	50°	0,704	0,078
30°30'	2,882	,320	50°30'	,680	,076
31°	2,770	,308	51°	,666	,073
31°30'	2,663	,296	51°30'	,638	,070
32°	2,561	,285	52°	,610	,068
32°30'	2,464	,274	52°30'	,589	,065
33°	2,371	,263	53°	,568	,063
33°30'	2,283	,254	53°30'	,548	,061
34°	2,198	,244	54°	,528	,059
34°30'	2,117	,235	54°30'	,509	,057
35°	2,040	0,227	55°	0,490	0,054
35°30'	1,966	,218	55°30'	,472	,052
36°	1,894	,210	56°	,455	,051
36°30'	1,826	,203	56°30'	,438	,049
37°	1,761	,196	57°	,422	,047
37°30'	1,699	,189	57°30'	,406	,045
38°	1,638	,182	58°	,390	,043
38°30'	1,580	,176	58°30'	,376	,042
39°	1,525	,169	59°	,361	,040
39°30'	1,472	,164	59°30'	,347	,039
40°	1,420	0,157	60°	0,383	0,037
40°30'	1,371	,152	60°30'	,320	,036
41°	1,323	,147	61°	,307	,034
41°30'	1,278	,142	61°30'	,295	,033
42°	1,233	,137	62°	,283	,031
42°30'	1,191	,132	62°30'	,271	,030
43°	1,150	,128	63°	,260	,029
43°30'	1,110	,123	63°30'	,249	,028
44°	1,072	,119	64°	,238	,026
44°30'	1,036	,115	64°30'	,228	,025
45°	1,000	0,111	65°	0,217	0,024
45°30'	0,966	,107	65°30'	,208	,023
46°	,933	,104	66°	,198	,022
46°30'	,901	,100	66°30'	,189	,021
47°	,870	,097	67°	,180	,020
47°30'	,840	,093	67°30'	,172	,019
48°	,811	,090	68°	,163	,018
48°30'	,783	,087	68°30'	,155	,017
49°	,756	,084	69°	,147	,016
49°30'	,729	,081	69°30'	,140	,016

$\rho$	$\operatorname{ctg}^2 \rho$	$\frac{1}{9} \operatorname{ctg}^2 \rho$	$\rho$	$\operatorname{ctg}^2 \rho$	$\frac{1}{9} \operatorname{ctg}^2 \rho$
70°	0,132	0,015	80°	0,031	0,003
70°30'	,125	,014	80°30'	,028	,003
71°	,119	,013	81°	,025	,003
71°30'	,112	,012	81°30'	,022	,003
72°	,106	,012	82°	,020	,002
72°30'	,099	,011	82°30'	,017	,002
73°	,093	,010	83°	,015	,002
73°30'	,088	,010	83°30'	,013	,001
74°	,082	,009	84°	,011	,001
74°30'	,077	,009	84°30	,009	,001
75°	0,072	0,008	85°	0,007	0,001
75°30'	,067	,007	85°30'	,006	,001
76°	,062	,007	86°	,005	,001
76°30'	,058	,006	86°30'	,004	,000
77°	,053	,006	87°	,003	,000
77°30'	,049	,005	87°30'	,002	,000
78°	,045	,005	88°	,001	,000
78°30'	,041	,005	88°30'	,001	,000
79°	,038	,004	89°	,000	,000
79°30'	,034	,004	89°30'	,000	,000

ПРАВИЛА  
определения ретикулярных плотностей по таблицам №№ 1 и 2.

1. Посредством таблиц №№ 1 и 2 мы можем точно определить квадраты относительных ретикулярных плотностей каждой из граней любого кристаллического комплекса, зная а) символ грани и б) гномостереографическую проекцию основных граней комплекса.

2. Схема определения состоит а) в нахождении по гномостереографической проекции „определяющего числа“ для данной грани и б) в отыскании по этому определяющему числу и по символу данной грани искомого квадрата относительной ретикулярной плотности данной грани.

3. Прежде всего избирается какое-либо кристаллографическое ребро за *главную ось плотностей*. За таковую принимается для

тетрагоналоидных комплексов чаще всего [001], для тригоналоидных — [111], для гексагоналоидных — [1000]. В этом предположении мы и поведем дальнейшее изложение, имея в виду, что *такой* выбор главной оси плотностей необязателен (см. выше примеч. 45).

4. Квадрат относительной ретикулярной плотности той грани, которая имеет символ, одинаковый с символом главной оси плотностей, принимается условно равным  $\cos^2 \rho$ , где  $\rho$  — угол между нормалью к этой грани и главной осью плотностей.

5. Из обоих таблиц мы находим *непосредственно* квадраты относительных плотностей лишь для структур а) *гексаэдрической* и б) *призматической* (гипогексагональный тип). Если для изучаемого комплекса кубического типа известна или предполагается с) *октаэдрическая* структура, то числа квадратов плотностей, находимые из таблиц, для всех граней с *двумя нечетными индексами* надо умножить на 4; числа для всех граней с символами иного вида надо брать и в этом случае прямо из таблиц. При д) *додекаэдрической* структуре надо умножить на 4 цифры, находимые из таблиц для всех граней с *тремя нечетными индексами*.

6. Квадраты плотностей всех „косых“ граней, т.-е. не принадлежащих к поясу главной оси плотностей, находятся по таблице № 1; а всех граней, принадлежащих к поясу главной оси, по таблице № 2.

7. Для косых граней определяющее число  $\rho$  есть угол между полюсом избранной грани и главной осью плотностей. Этот угол без труда определяется по стереографической сетке, если проекция главной оси находится, как обычно и бывает, в одном из полюсов сетки.

Определив это число  $\rho$  с точностью до  $1/2^\circ$ , мы находим его в 1-ой колонне таблицы № 1, а вместе с ним и строку отвечающую ему квадратов плотностей.

8. Которое из чисел этой строки отвечает избранной грани — мы узнаем из символа грани. А именно: число *n*, написанное вверху каждой колонны равно а) для тетра- и гексагоналоидных комплексов индексу грани по главной оси плотностей и б) для тригоналоидных комплексов — сумме всех трех индексов.

Таким образом, у тетра- и гексагоналоидных, с главной осью у первых [001], а у вторых [1000] для граней, (231) и соотв.

(1231) берем число в колонне озаглавленной 1. Для (213) и (3211) — в колонне, озаглавленной цифрой 3 и т. д.

У тригоналоидных с главной осью [111] для граней (100), (111), (001) и т. д. ( $l+m+n=1$ ), берем число в колонне, озаглавленной 1. Для граней (121), (310) и т. п. ( $l+m+n=4$ ), — в колонне с цифрой 4 и т. д.

Беря квадраты плотностей для каждой грани из соответствующей таким образом ее символу колонны, не следует забывать о правиле 5 для октаэдрической и додекаэдрической структур. Ниже будут приведены примеры определений.

9. Для граней главного пояса определяющее число есть угол между главной осью плотностей и полюсом так называемой „определяющей грани“. Определяющая грань для каждой определяемой находится так:

a) Для тетра- и гексагоналоидных комплексов, к индексу 0 определяемой грани по главной оси прибавляется 1. Напр., для (100) определяющая грань будет (101); для (110) — (111) и т. д.

b) Для тригоналоидных комплексов, к каждому индексу определяемой грани прибавляется 1. Напр., для (101) ( $p_1+p_2+p_3=0$ , вследствие принадлежности к главному поясу) определяющая грань будет (210), для (211) — (300) = (100) и т. д.

10. Зная символ определяющей грани, мы находим ее гномостереографическую проекцию на диаграмме комплекса, и по ней находим нужное нам определяющее число  $\rho$ .

При этом определяющее число, т.-е. угол между нормалью к определяющей грани и главной осью, лишь тогда берется из стереографической проекции непосредственно, когда главная ось совпадает с нормалью к грани, имеющей с нею одинаковый символ (тетрагональная, гексагональная, ромбическая сингонии и те модальности моноклинной, где с главной осью совпадает двойная ось симметрии, или нормаль к плоскости симметрии).

Если же этого нет (остальные модальности моноклинной сингонии и триклинная сингония), то предварительно надо произвести сдвиг с главным поясом в качестве нулевой плоскости и так, чтобы нормаль к грани с символом главной оси плотностей пришла в совмещение с этой осью. Надо затем найти положение проекций всех определяющих граней, и уже в этом сдвинутом положении найти для них определяющие числа  $\rho$ .

Для моноклинных комплексов этот сдвиг есть ничто иное, как моноклинный сдвиг. Для триклинических комплексов описанный один сдвиг может быть заменен без изменения результата двумя сдвигами: обычным триклиническим и следующим за ним моноклинным.

11. Найдя указанным способом с точностью до  $\frac{1}{2}^\circ$  определяющее число, мы отыскиваем его в 1-ой колонне таблицы № 2, а вместе с ним и строку отвечающих ему квадратов плотностей. Искомый квадрат плотности берем для тетра- и гексагональных комплексов из 2-ой колонны, а для тригональных из 3-ей, не забывая о правиле 5 для октаэдрических и додекаэдрических комплексов.

12. *Пример определения квадратов относительных плотностей для тетрагонального комплекса.* 17-ый пример Федорова (текст и атлас „Tetragonaloidе okt. 60“, диагр. 9).

За главный пояс здесь принят пояс [001]. Проекция оси этого пояса находится в центре сетки.

Заметим прежде всего, что проекция грани (101) на этой диаграмме показана неверно. Она должна быть в поясе (100)—(101), в  $38^\circ$  от центра, а не в  $45^\circ$ , как она нанесена.

Затем заметим, что диаграммы атласа отпечатаны вообще мало точно, поэтому в нижеследующем не надо смущаться небольшими несогласиями моих цифр с тем, что усматривается из диаграммы. Мои цифры взяты так, чтобы получить полное согласие с тем, что приведено в тексте у Федорова для примера 17-го.

Наконец, заметим, что, как было указано выше, Федоров пользовался таблицами В. И. Соколова (и Артемьева), из которых все цифры получаются в четыре раза больше, вследствие другого коэффициента, принятого в формулах, на которых таблицы построены. Так как при всех наших операциях мы нуждаемся здесь в отыскании и отыскиваем лишь квадраты *относительных* плотностей, а не абсолютных, то умножение или деление всех цифр таблицы на один и тот же коэффициент не имеет никакого значения.

Однако, цифры, получаемые из таблиц Анишеса, будут все в четыре раза меньше, чем из таблиц В. И. Соколова. Поэтому, для согласия находимых нами цифр с цифрами приводимыми Федоровым, надо не забывать умножать их все на 4.

А) Сначала находим квадрат плотности косых граней  $(\bar{1}01)$ ,  $(101)$ ,  $(011)$  и  $(0\bar{1}1)$ .

Чтобы найти их определяющие числа, надо отсчитать угол между их полюсами и  $[001]$ . Получаем:

$$\begin{aligned}\rho_{\bar{1}01} &= 21^\circ \\ \rho_{101} &= 37\frac{1}{2}^\circ \\ \rho_{011} &= 46\frac{1}{2}^\circ \\ \rho_{0\bar{1}1} &= 24^\circ.\end{aligned}$$

Находим эти числа в левой колонне таблицы № 1 и цифры, стоящие против них в колонне, отмеченной вверху цифрой 1, потому что индекс по третьей оси у всех четырех граней равен 1.

Получаем предварительные квадраты плотностей:

$$\begin{aligned}\text{для } (\bar{1}01) &- 0,872 \\ \text{“ } (101) &- 0,629 \\ \text{“ } (011) &- 0,474 \\ \text{“ } (0\bar{1}1) &- 0,835.\end{aligned}$$

Так как мы предполагаем структуру комплекса в этом примере октаэдрической, а все определяемые грани имеют по 2 нечетных индекса, то найденные из таблиц цифры надо учесть верить.

Получаем окончательные квадраты относительных плотностей:

$$\begin{aligned}\text{для } (\bar{1}01) &- 3,49 \\ \text{“ } (101) &- 2,52 \\ \text{“ } (011) &- 1,90 \\ \text{“ } (0\bar{1}1) &- 3,34.\end{aligned}$$

Для согласования с цифрами Федорова, надо, как сказано выше, умножить каждую цифру на 4. Тогда получим:

$$\begin{aligned}\text{для } (\bar{1}01) &- 14,0 \\ \text{“ } (101) &- 10,1 \\ \text{“ } (011) &- 7,6 \\ \text{“ } (0\bar{1}1) &- 13,4.\end{aligned}$$

Числа эти почти совершенно сходятся с приведенными Федоровым для 17-го примера в табличке плотностей и непосредственно вслед за ним в тексте. Небольшое расхождение для  $(101)$

объясняется большей точностью таблиц Анпелеса, по сравнению с таблицей Соколова.

В) Теперь найдем квадраты относительных плотностей граней главного пояса:  $(1\bar{1}0)$ ,  $(110)$  и  $(100)$ .

Прежде всего находим для них соответственные определяющие грани:  $(1\bar{1}\bar{1})$ ,  $(111)$  и  $(101)$ . Первой нет на чертеже, но ее легко построить поясами. Вторая отмечена крестиком без символа, третья обозначена крестиком и своим символом, но ее положение неверно, его надо исправить, как указано выше.

Теперь надо заметить, что  $[001]$  и  $\perp (001)$  не совпадают; поэтому надо произвести сдвиг (см. примеч. 38, 61, 97). Нулевая плоскость сдвига при этом, согласно правилу 10, есть главный пояс, т.-е. в данном случае плоскость проекций. Все лежащие в ней полюсы не изменят своего положения после сдвига. А полюс грани  $(001)$  должен пройти в центр проекций и совпасть с  $[001]$ . Этим сдвиг определен вполне. Именно по свойствам сдвига нормаль с  $(001)$  будет двигаться в одной и той же плоскости. Эта плоскость определяется начальным положением нормали к  $(001)$  и ее конечным положением — центром сетки. Проведем стереографическую проекцию этой плоскости в виде меридиана сетки  $[001] - \perp (001)$ . Эта плоскость по свойствам сдвига проходит через направление сдвига, через которое проходит также нулевая плоскость сдвига, т.-е. плоскость проекций. Этим определяется вполне *направление (ось) сдвига*. Это будет радиус сетки, на котором лежит  $(001)$ .

Указанные здесь и ниже построения легко вообразить, но лучше их при чтении выполнить.

Проведя теперь дугу большого круга через эту ось сдвига и через проекцию полюса каждой определяющей грани, мы утверждаем, на основании свойств сдвига (примеч. 61), что проекции определяющих граней при сдвиге будут двигаться по этим дугам. Кроме того известно, что после сдвига их конечные положения должны находиться на радиусах соединяющих центр  $[(001)$  после сдвига] с проекцией соответствующей определяемой грани, потому что  $(001)$ , определяющая грань и определяемая грань принадлежат одному поясу, а плоскости остаются плоскостями после сдвига. Поэтому положения гномостереографических проекций определяющих граней находятся в пересечениях указанных боль-

ших кругов с радиусами. Построив их, берем полярные их расстояния [т.-е. углы с (001) после сдвига]. Получаем определяющие числа, по ним и по таблице № 2—предварительные плотности для граней (110) и (110) и утверждаем их вследствие октаэдрической структуры, получая „окончательные квадраты плотностей“. Для приведения к цифрам Федорова, умножаем все цифры, как сказано выше, на 4.

Г р а п ь .			Квадрат относительной плотности.		
Определя- емая.	Определя- ющая.	Определяю- щее число.	Предвари- тельный.	Окончатель- ный.	Приведенный к цифрам Е. С. Федорова.
(110)	(111)	41°	1,323	5,29	21,2
(110)	(111)	46°	0,933	3,73	14,9
(100)	(101)	27½°	3,690	3,69	14,8

Полученные цифры почти согласуются с данными Е. С. Федорова. Причины несогласий в 0,1 у первых двух цифр те же, что и в цифрах для косых граней.

Примера для гекса- и тригоналоидных кристаллов мы не приводим, полагая, что изложенного здесь, а также в других примечаниях и в тексте у Федорова, достаточно для того, чтобы разобраться во всех случаях. Случай гексагоналоидных комплексов сводится к тетрагоналоидным, если отбросить последний индекс (по одной из горизонтальных осей по Федоровской символизации).

О случае тригоналоидных комплексов сказано достаточно в наших 11 правилах.

109) Диаграммы этого комплекса в атласе нет. В тексте он XLVII, 9 сн. находится в числе дополнительных веществ, первоначально не включенных в таблицы (стр. 914).

Для иллюстрации того, что говорит Федоров в 25-ом примере, можно смотреть на близкую диагр. 9, прав. полов., в таблице „II Trigonaloide 21“ атласа.

110) Знак — перед нижним числом  $2\frac{1}{2}^\circ$  означает, что XLVII, 7 сн. угол  $(\bar{1}\bar{1}0):(\bar{1}01) = 60^\circ - 2\frac{1}{2}^\circ$ . Если бы этот угол был больше  $60^\circ$ , то перед нижним числом стоял бы знак +.

111) Упомянем одно важное правило, не объясненное Фе- XLVIII, 4 сн.

доровым в „Einleitung“ и касающееся тригоналоидных кристаллов. Правило это, аналогичное тому, которое изложено для тетрагоналоидных кристаллов в примеч. 81, гласит так.

Для тригоналоидных кристаллов (кубического типа) структура может быть избрана лишь так, чтобы главное число удовлетворяло следующим условиям:

$$\begin{aligned} \text{для гексаэдрической структуры} & \dots \dots \dots 63\frac{1}{2}^\circ > H > 45^\circ \\ \text{„ октаэдрической} & \dots \dots \dots 63\frac{1}{2}^\circ > H \\ \text{„ додекаэдрической} & \dots \dots \dots H > 45^\circ. \end{aligned}$$

Если при предложенной нами структуре главное число не удовлетворит этим условиям, надо изменить предложенную структуру.

Подробное обоснование содержится в статьях упоминаемых в тексте Федоровым между напоминами примеч. 14 и 15.

- XLVIII, 7 сн.** 112) В таблицах принято, однако, окончательно иначе: **нижнее** число непосредственно, т.-е. без удвоения, дает величину уклонения угла  $(\bar{1}\bar{1}0):(\bar{1}01)$  от  $60^\circ$  для тригоналоидных кристаллов. В этом нетрудно убедиться пересмотрев диаграммы  $3h$ ,  $3o$ ,  $3d$  в атласе.
- XLVIII, 10 сн.** 113) Атлас „I Trigonaloid 5“, диагр. 11, лев. полов. Диаграмма сильно искажена при печатании: черная краска сдвинута вверх градусов на 6—7.
- XLVIII, 8 сн.** 114) Первое место по ретикулярной плотности (см. выше табличку плотностей). Это обстоятельство потому есть „результат знака —, а не + перед верхним числом символа комплекса“, что знак — означает, что 111 ближе к (100) и (010), чем к (001) (см. пояснения Федорова к предыдущему примеру). Поэтому (001) находится в большей по площади трети полусфера, чем (100) и (010), причем полусфера разбита на трети дугами, идущими от (111) на (110), на (011) и на (101). И следовательно, (001) имеет большую плотность на основании соображений, аналогичных 2-му закону развития форм (примеч. 34).

- XLVIII, 1 сн.** 115) Это построение проекции кристаллов тростникового сахара в правильной установке было выполнено на одной диаграмме в „Die Praxis, etc“. В „Das Krystallreich“ обе диаграммы разделены. Вторая (правильная) — на табл. „I Tetragonaloid dod. 71“, диагр. 11, лев. полов. Эта вторая диаграмма получается из

первой посредством поворота всего комплекса вокруг горизонтального диаметра сетки вниз на  $30^\circ$ . Однако, так как обе диаграммы очень плохо напечатаны, то эта операция не особенно наглядна.

№ 21, упоминаемый здесь, относится к нумерации веществ в посылке Гюгеля.

116) Позже они были опубликованы в „Зап. Гюгеля. Инст. VI 92“. L, 8 сн.

117) Это вещество содержится в тексте и в атласе под L, 12 сн.  
немного иным символом:  $\begin{matrix} 3d; +4; & 2 \\ 72.; & +58 \\ +1/2 \end{matrix}$ .

(Стр. 446 и табл. „I. II Trigonaloid“), диагр. 5).

Поясним, что здесь знак  $+$  у числа 58 означает, что *полюс* псевдо-плоскости симметрии, которая здесь всегда принимается за пояс (111) : (001), *находится* в том же полукруге сетки где, и (111) [полюс (110) всегда совмещен с правым полюсом сетки для этой группы кристаллов].

118) После „в таблицах“ добавить: „для определения квадратов ретикулярных плотностей“.

119) Это происходит потому, что в комплексах гипогексагонального типа знак  $+$  или  $-$  у нижнего числа имеет обычновенный математический смысл положительной или отрицательной добавки к  $60^\circ$ . А для комплексов кубического типа знак  $+$  (который там не ставится) или  $-$  у нижнего числа имеет смысл символический, означая резко отличную в обоих случаях расстановку символов по отношению к плоскостям симметрии комплекса.

120) Здесь заключительную скобку надо было бы поставить LIII, 10 сн. не после слова „рода“, а в конце фразы после слова „структуры“. Тогда все, что попадет в скобки, будет относиться к кубическому типу. См. 7-ой пример и примеч. 52 к нему.

121) *О модальностях моноклинных комплексов гипогексагонального типа.*

Главная (псевдо-шестерная) ось этого комплекса может либо а) сливаться с нормалью к плоскости симметрии комплекса, либо б) лежать в этой плоскости. В первом случае число моноклинного сдвига ставится *без знака*; во втором случае со знаком  $+$  или  $-$ . О первом случае Федоров говорит подробно в 34-ом примере. О двух подслучаях второго случая он рассказывает в примерах 32-ом и 33-ем, и мы поясним их еще и здесь.

Если главный пояс псевдо-гексагональный, то в нем есть

шесть граней приблизительно равного значения, следующие друг за другом примерно через  $60^\circ$ . В промежутках между ними имеется другая шестерка граней, так же как имелись 2 четверки граней для тетрагонального пояса (примеч. 46).

Одну из этих шестерок мы должны принять за  $(010\bar{1})$ ,  $(0110)$ ,  $(0011)$ ,  $(0\bar{1}01)$ ,  $(0\bar{1}\bar{1}0)$ ,  $(00\bar{1}\bar{1})$ , тогда другой будут принадлежать символы  $(021\bar{1})$ ,  $(0121)$ ,  $(0\bar{1}12)$ ,  $(0\bar{2}\bar{1}1)$ ,  $(0\bar{1}2\bar{1})$ ,  $(01\bar{1}\bar{2})$ . Какой именно из этих шестерок придать первые символы, и какой вторые, решается (так же, как и в соответственном случае для тетрагональных кристаллов) лишь после проверки обоих предположений посредством расстановки символов и определения достоинства установки для каждого из обоих предположений.

При одном из этих предположений достоинство установки будет больше, чем в другом. Тогда первая установка признается правильной. При этом может быть два случая: а) с полюсом плоскости симметрии совпадает одна из граней первой серии с более простыми символами, б) с полюсом плоскости симметрии совпадает одна из граней второй серии (шестерки) с более сложными символами. В первом из этих случаев в полюсе плоскости симметрии ставится символ  $(010\bar{1})$ , а у моноклинного сдвига в символе комплекса ставится знак  $+$ . Во втором из этих случаев у полюса плоскости симметрии ставим символ  $(021\bar{1})$ , а у моноклинного сдвига в символе комплекса знак  $-$ . Значение других знаков и чисел символа комплекса объяснено Федоровым в начале стр. ЛII. Следует лишь добавить, что верхнее число 3, независимо от своего знака, означает здесь, что угол моноклинного сдвига равен  $3^\circ$  (см. также ниже примеч. 129). Главное число и нижнее число берутся из диаграммы после моноклинного сдвига.

Остальное объяснено достаточно у Федорова в тексте.

- LIII, 7 сн. 122) После „ $\{010\bar{1}\}$ “ вставить: „а не  $\{0101\}$ “.  
LIV, 13 сн. 123) После слов „За грани  $(0121)$ “ вставить: „а не  $(012\bar{1})$ “.  
LIV, 10 сн. 124) Атлас „II Hypohexagonaloidе 44“, диагр. 1, прав. полов.  
LV, 16 сн. 125) Атлас „I Hypohexagonaloidе 21“, диагр. 4.  
LV, 6 сн. 126) После „ $(0121)$ “ вставить: „а не  $(0\bar{1}2\bar{1})$ “. Для моноклинных комплексов это замечание не имело значения при этой модальности, так как при этом угол  $(0121):(1000) = 90^\circ$ .  
LV, 4 сн. 127) Для моноклинных комплексов и здесь не надо было

особого правила, ибо для них угол  $(010\bar{1}):(0121) = 90^\circ$  в этих модальностях. Здесь следует добавить, что для триклинических кристаллов число градусов моноклинного сдвига берется из стереографической проекции после выполнения триклинического сдвига, а главное и нижнее число — после выполнения обоих сдвигов.

128) Атлас „I Hypohexagonaloid“<sup>18</sup>, диагр. 8. LVI, 3 св.

129) Резюмируем правила расстановки символов граней главного пояса моноклинных и триклинических комплексов гипогексагонального типа.<sup>19</sup> LVI, 9 сн.

А. Моноклинические комплексы. В. Триклинические комплексы.

I.  $(1000)$  совпадает с плоскостью или псевдо-плоскостью симметрии (у числа моноклинного сдвига нет знака).

1. $(1000):(010\bar{1}) = 90^\circ$	1. $(1000):(010\bar{1}) \leq 90^\circ$
2. $(1000):(0121) = 90^\circ$	2. $(1000):(0121) < 90^\circ$
3. $(010\bar{1}):(0121) < 90^\circ$	3. $(010\bar{1}):(0121) < 90^\circ$

Угол 3. при этом ближе к  $90^\circ$ , чем любой из аналогичных углов.

II.  $(010\bar{1})$  совпадает с плоскостью или псевдо-плоскостью симметрии (у числа моноклинного сдвига знак + ).

1. $(1000):(010\bar{1}) = 90^\circ$	1. $(1000):(010\bar{1}) \geq 90^\circ$
2. $(1000):(0121) < 90^\circ$	2. $(1000):(0121) < 90^\circ$
3. $(010\bar{1}):(0121) = 90^\circ$	3. $(010\bar{1}):(0121) < 90^\circ$

III.  $(0121)$  совпадает с плоскостью или псевдо-плоскостью симметрии (у числа моноклинного сдвига знак — ).

1. $(1000):(010\bar{1}) < 90^\circ$	1. $(1000):(010\bar{1}) \geq 90^\circ$
2. $(1000):(0121) = 90^\circ$	2. $(1000):(0121) < 90^\circ$
3. $(010\bar{1}):(0121) = 90^\circ$	3. $(010\bar{1}):(0121) < 90^\circ$

Этих соотношений вполне достаточно, чтобы по заданной проекции граней кристалла получить при их соблюдении всегда одни и те же цифры и знаки символа комплекса. Лишь для нахождения главного числа надо правильно выбрать грань  $(1110)$ , т.-е так, чтобы  $\frac{R}{J}$  (см. примеч. 4) было возможно больше, т.-е. возможно приближалось к 1.

LVII. 6 сн. 130) В примеч. 53 были приведены некоторые сведения об общей теории модальностей.

Здесь модальности рассматриваются Федоровым в том виде, в каком они находят себе применение в „кристаллохимическом анализе“.

LVII, 10 сн. 131) Символы комплекса написаны в этой таблице в 2 столбца, соответственно тому, как написаны все символы комплекса в „Das Krystallreich“. См. примеч. 22.

LIX, 2 сн. 132) При  $\chi = 0$ , (111) находится в центре, и знак у нижнего числа второго члена комплекса теряет смысл, так как теряет смысл различие того, в одном или в разных полукругах сетки лежат полюс псевдо-плоскости симметрии и (111).

LX, 5 сн. 133) Перед „13“ надо поставить  $\leftarrow$ .

LXI, 9 сн. 134) См. примеч. 18.

LXII, 7 сн. 135)  $49^{\circ} 5'$  есть то полярное расстояние грани (1110) гексагонального кристалла, при котором гексагональный комплекс является изотропным, т.-е. „эллипсоид сингонии“ комплекса, иначе эллипсоид, вписанный в элементарный параллелоэдр пространственной решетки комплекса, обращается в пар. Как следствие этого, комплекс приобретает ряд замечательных свойств, напр.: а) единичные отрезки по горизонтальным осям и по вертикальной одинаковы; б) каждой возможной грани комплекса имеется в нем нормальное возможное ребро.

LXII, 14 сн. 136) Можно было бы произвести подсчет и иначе:

$$\begin{aligned} & 3 \text{ вида структ.} \times 5 \text{ вид. симм.} \times 2 \text{ (полож. и отриц.)} \leftarrow \\ & + 1 \text{ , , } \times 5 \text{ , , } \times 2 \text{ (модальн.} \times 2 \text{ полож. и отриц.)} = \\ & = 3 \times 5 \times 2 + 1 \times 5 \times 2 \times 2 = 50. \end{aligned}$$

LXII, 20 сн. 137) В ромбопирамидальном виде симметрии, как и во всяком виде ромбической сингонии, есть три возможные взаимно перпендикулярные важные грани и есть три к ним нормали. Одна из них в этом виде симметрии отличается от двух других тем, что она есть двойная поворотная ось симметрии. В обычной установке именно эта ось и принимается обязательно за главную, вертикальную ось. В Федоровской установке это не обязательно, ибо ось главного пояса у него выбирается по тому признаку, что ее пояс должен наименее уклоняться от идеального (тетрагонального или гексагонального). Поэтому могут быть такие комплексы этого

вида симметрии, у которых за главную ось необходимо брать одну из двух остальных упомянутых выше нормалей.

Три упомянутые выше взаимно ортогональные грани получают такие символы:

для гипо-гексагонального типа . . . (1000) (010 $\bar{1}$ ) (0121)

„ кубического типа:

a) в модальн. I рода . . . (001) (100) (010)

b) „ „ II „ . . . (001) (110) (110).

Первый символ каждой тройки придается грани, нормальной к оси главного пояса.

Из сказанного ясно, что двойная ось симметрии этого вида может после расстановки символов оказаться нормальной к любой из трех ортогональных граней каждого случая. Для других видов симметрии ромбической сингонии, где все 3 нормали одинаковы по значению в смысле симметрии, число модальностей в узком смысле равно 2; они охарактеризованы только что под пунктами a) и b). Для ромбоирамидального же вида каждая из этих модальностей может быть разбита на 3 подмодальности, смотря по тому, к какой из 3 взаимно ортогональных граней окажется нормальной двойная ось симметрии.

Таким образом, общий подсчет модальностей для ромбической сингонии будет таков:

$$\begin{aligned} & 2 \text{ вида} \times 4 \text{ структ.} \times 2 \text{ мод.} \times 2 \text{ полож. и отриц.} + \\ & + 1 \text{ вид} \times 4 \text{ „} \times 2 \text{ „} \times 3 \text{ подмод.} \times 2 \text{ полож. и отриц.} = \\ & = 32 + 48 = 80. \end{aligned}$$

Подсчет Федорова, получившего здесь цифру 64, представляется неправильным: по его методу надо было бы написать не так, как у него, а следующим образом:

$$\begin{aligned} & 3 \text{ вида} \times 4 \text{ структ.} \times 2 \text{ мод.} \times 2 \text{ полож. и отриц.} + \\ & + 1 \text{ вид} \times 4 \text{ „} \times 2 \text{ „} \times 2 \text{ подмод.} \times 2 \text{ полож. и отриц.} \\ & \text{Сумма и при таком способе подсчета получается} = 80. \end{aligned}$$

В дополнительном втором члене для ромбоирамидального вида он считает, что изменчивость положения двойной оси добавляет по одному случаю на каждое подразделение, учтенное

основным первым членом формулы. Между тем добавляется по 2 случая.

Итак здесь должно быть добавлено еще 16 подразделений, и общий их итог, учтенный Федоровым ниже, следует исправить с 689 на 705.

LXII, 16 сн. 138) 6 модальн. × 3 вида симм. × 3 структ. × 2 полож. и отриц.

LXII, 5 сн. 139) По классификации правильных систем точек, данной Федоровым, различают такие 3 главных подразделения их:

1. Симморфные системы. Виды симметрии этих систем могут быть выведены из 32 видов кристаллографической симметрии посредством разнообразного присоединения к ним элементарных постулаций.

2. Гемисимморфные системы. Виды симметрии их могут быть выведены из видов симморфных систем посредством добавления плоскостей симметрии, не проходящих через центры симметрии симморфных систем.

3. Ассиморфные системы. Виды симметрии, их могут быть выведены из видов симметрии 1 и 2 систем посредством добавления осей симметрии, не проходящих через центры симметрии симморфной системы.

Все установленные выше Федоровым подразделения касаются лишь первых систем. Это видно из того, что подразделения, здесь установленные, суть подразделения параллелоэдров по типам, видам симметрии, расположению элементов симметрии по отношению к граням и вытянутости или сплюснутости по отношению к главной оси. Параллелоэдры же выражают исчерпывающие лишь симметрию симморфных систем. Отвлекаться на дальнейшие пояснения здесь невозможно.

LXII, 3 сн. 140) Систематическое перечисление и примеры главных модальностей, начиная от слов: „Из всего предыдущего ясно, как из результата...“ и кончая этим местом, не содержится в работе „Die Praxis, etc.“ и написано Федоровым специально для „Das Krystallreich“.

LXIII, 16 сн. 141) Для определения посредством кристаллохимического анализа.

LXIV, 2 сн. 142) Музея Петроградского Горного Института.

LXVII, 15 сн. 143) „Эта специальная наука“, т.-е. геометрическая кристаллография.

144) Части эти обозначены соответственно цифрами 1 и 2 LXX, 15 сн. после заголовка на каждом листе таблиц.

145) Получается „приближенное определение“ символа комплекса (вещество же определяется точно). LXX, 11 сн.

146) Укажем здесь более подробно, чем Федоров, ход определения вещества с помощью „Das Krystallreich“. Этим дадим краткое резюме всему „Einleitung“ и нашим комментариям к нему. LXX, 16 сн.

*Схема определения вещества „кристаллохимическим анализом“ E. С. Федорова с помощью таблиц „Das Krystallreich“.*

1. Измеряем несколько кристаллов взятого вещества на гoniометре. Чем большие, тем лучше, обычно 3—6.

2. Результаты измерений наносим на стереографические сетки или на одну и ту же сетку в виде гномостереографических проекций граней.

3. По сеткам для отдельных кристаллов составляем среднюю сводную сетку — проекцию. Решаем вопрос о сингонии минерала (вид симметрии знать не обязательно). Выбираем какую-нибудь предварительную установку (проще всего пользоваться общеупотребительными доныне правилами). Расставляем символы в этой установке.

4. Пользуясь предварительными символами, производим вычисление кристалла. По вычисленным координатам строим окончательную, исправленную на закон Аюи, сетку с гномостереографическими проекциями всех граней. В большинстве практических случаев определения вещества, это исправление положения граней на закон Аюи достаточно производить графически, проведением поясов, и тогда длинная операция вычисления кристалла выпадает вместе с предварительной установкой. Кристаллографическую важность каждой грани отмечаем, как указано на стр. IX „Einleitung“, оценивая степень важности по частоте встречи среди изученных кристаллов, по достоинству сигнала и по величине грани.<sup>1</sup>

5. Теперь задача состоит в том, чтобы сделать Федоровскую установку изображенного в проекции комплекса так, чтобы *достоинство установки* получилось наивысшее.

<sup>1</sup> Здесь следует применять способы, которые дал Oskar Neff (Beitr. z. Kryst. u. Miner., Bd. I, H. 3, S. 146).

Под „Федоровской установкой“ кристаллического комплекса мы разумеем определение типа (примеч. 3 и 6), подтипа (прим. 6), структуры (примеч. 3 и 8), модальности (примеч. 46) и символизации граней.

Под „достоинством установки“ мы разумеем функцию

$$W = \frac{R}{J} \cdot \cos 2\varphi \cdot \cos \chi \cdot \cos \beta$$

(примеч. 14 и 42).

6. Федоров не дал способа *определения* (в строгом смысле слова) всех перечисленных выше характеристик установки, если под *определением* разуметь планомерное, последовательное сужение тех пределов, в которых может заключаться определяемый предмет.

Метод нахождения „правильной установки“ данный Федоровым надо назвать лучше всего *подбором*, так как он состоит в более или менее планомерном подборе *такой установки*, которая обладает наивысшим достоинством (наиболее *близким* к 1). План такого подбора будет сообщен ниже.

7. Когда Федоровская установка комплекса сделана, тогда составляется так называемый „символ комплекса“ (примеч. 6 и примеры текста Федорова).

8. По символу комплекса данное вещество отыскивается в тексте и атласе, как указано в примеч. 22.

9. Вследствие накопления неточностей кристаллообразования, кристаллоизмерения (кристалловычисления) и графических операций при определении символа комплекса, последний не может точно совпадать с имеющимися в таблицах. Следует довольствоваться приблизительным совпадением, оценивая примерно величину могущих быть погрешностей. Определение вещества необходимо, в случае нужды, проверить простыми физическими и химическими испытаниями, указанными в самом конце „*Einleitung*“ Федоровым.

10. Сообщим теперь *план подбора* Федоровской установки.

Федоровская установка состоит из ряда актов: из установления типа, подтипа, структуры и т. д. Каждый из этих актов находит себе выражение в цифрах или знаках символа комплекса. Поэтому план нахождения Федоровской установки может быть составлен в виде плана нахождения символа комплекса.

11. Наиболее общий вид символа комплекса имеют комплексы триклинической сингонии обоих типов. Напишем их так, разделяя подтипы кубического типа.

Кубический тип.		Гипогексагональный тип.
Тетрагоналоидный подтип.	Тригоналоидный подтип.	Гексагоналоидный подтип.
$4s; \frac{<<}{\pm} \chi \beta$	$3s; \frac{+}{-} \chi \beta$	$6; \frac{<<}{\pm} \chi \beta$
$H; \frac{\pm}{\pm} \psi$	$H; \frac{\pm}{\pm} \psi$	$H; \frac{\pm}{\pm} \psi$
$\frac{<<}{\pm} \varphi$	$\frac{+}{-} \varphi$	$\frac{+}{-} \varphi$

В этих алгебраических выражениях символов комплекса, значения букв и знаков таковы:  $s$  — структура., причем в конкретных символах комплекса  $s$  заменяется одной из букв  $h$ ,  $o$  или  $d$  (объяснение в тексте „Einleitung“);  $H$ ,  $\varphi$ ,  $\chi$ ,  $\psi$ ,  $\beta$  — различные углы в градусах, характеризующие комплекс (объяснение в тексте „Einleitung“ и в комментариях);  $<<$  наряду с  $\pm$  или — означает, что следующее за этими знаками число может иметь перед собою один из указанных знаков или *никакого знака*. Смысл всех таких случаев был объяснен в „Einleitung“ и в примечаниях.

Для кристаллов сингоний выше триклинической символ комплекса упрощается, как это объяснено в конце „Einleitung“.

12. Рассматривая окончательную диаграмму гномостереографической проекции форм определяемого кристалла, мы должны отобрать все те предположительные Федоровские установки его, которые по нашему мнению ближе других возможных удовлетворят требованию „правильной Федоровской установки“, т.-е. ближе всего выполнят условие:

$$W = \frac{R}{J} \cdot \cos 2\varphi \cdot \cos \chi \cdot \cos \beta = \max$$

(примеч. 14 и 42).

Прежде всего мы стараемся, изучая диаграмму кристалла, найти ребро, наиболее приближающееся к четверной, тройной или шестерной оси симметрии комплекса. Вместо отыскания такой псевдо-оси симметрии, чаще всего бывает легче отыскать нормальный к ней большой круг проекции пояса с полюсами граней на нем, распределенными для тетрагоналоидного пояса приблизи-

тельно через  $45^\circ$ , для двух других — приблизительно через  $60^\circ$ . Тригоналоидный комплекс кубического типа отличается от гипогексагоналоидного типа тем, что равноценные грани (пункт 4 этой схемы) в первом распределены тройками, а во втором шестерками вокруг главной оси (примеч. 14).

Так ведется подбор типа и подтипа. При этом, конечно, возможны и даже неизбежны колебания между несколькими предположениями, так как сразу неясно, при каком из них наилучше будет удовлетворено требование правильной Федоровской установки:  $W = \max$ . Все эти подходящие предположения мы должны отобрать и оперировать с ними далее.

Заметим, что выбор типа для кристаллов тетрагональной и гипогексагональной гипосингонии предопределен (примеч. 16). Для кристаллов же тригональной подсингонии выбор типа надо сделать (примеч. 7 и 17).

13. Избранные установки мы должны разработать во всех деталях (структура, модальности), руководясь общим видом символа, не забывая ни об одной цифре, ни об одном знаке его и ни об одном правиле его составления. Для каждой из сделанных установок мы должны составить функцию  $W$ , и ту из установок, для которой  $W$  окажется наибольшим взять, как «правильную Федоровскую установку», составить для нее символ комплекса и по нему искать вещества в таблицах, как было указано.

14. Весьма важным является следующее указание. При предварительном отборе установок, идущих в детальную разработку и проверку на достоинство их  $W$ , необходимо с величайшим вниманием следить за тем, чтобы при этом отборе и при дальнейшей детализации не пропустить ни одной вариации установки, которая могла бы оказаться ближе к правильной. Лучшие подвергнуть проверке весьма сомнительную установку, чем получить результат без уверенности в том, что все установки, сколько-нибудь близкие к правильной, приняты во внимание и рассмотрены.

## Главнейшая литература по кристаллохимическому анализу

Этот список не является исчерпывающим. Как было указано в начале этой работы, корни «кристаллохимического анализа» проникают в первые работы Е. С. Федорова, каковы напр.: «Начала учения о фигурах» (Зап. Минер. О-ва, 1885 г.) и др. Здесь мы укажем, не претендуя на полноту, лишь работы Федорова и его учеников, имеющие непосредственное отношение к предмету.

1. **Е. С. Федоров.** Критический пересмотр кристаллов минерального царства (Зап. ИАН, 1902). — Ref. (Z. f. Kr. XLVI. 196).
2. **Е. v. Fedorow.** Theorie der Krystallstructur. II Theil. Retikuläre Dichtigkeit und erfahrungsgemässe Bestimmung der Krystallstructur (Z. f. Kr. XXXVI. 3. 1902. 209).
3. — Allgemeinste Krystallisationsgesetze und die darauf füssende eindeutige Aufstellung der Krystalle (Z. f. Kr. XXXVIII. 4—5. 1903. 321).
4. — Theorie der Krystallstruktur. III Theil. Über die Hauptstrukturarten der Krystalle des kubischen Typus und speziell über die des Zirkon (Z. f. Kr. XL. 6. 1905. 525).
5. — Spezielle Erprobung des krystallographischen Limitgesetzes (Z. f. Kr. XLII. 1. 1906. 8).
6. **Е. С. Федоров.** Усовершенствование критерия правильной установки кристаллов (Зап. Горн. Инст. I. 3. 1908. 234). — Ref. (Z. f. Kr. LIV. 1914. 170).
7. — Изображение структуры кристалла векториальными кругами (Зап. Горн. Инст. I. 4. 1908. 279).
8. — О составлении таблиц кристаллохимического анализа (Зап. Горн. Инст. II. 3. 1909. 259).
9. — К статистике распределения кристаллов по их основным свойствам (Зап. Горн. Инст. II. 4. 1909. 329). — Ref. (Z. f. Kr. LII. 1913. 630).
10. **G. Wulff.** Zur Theorie der Krystallhabitus (Z. f. Kr. XLV. 1908. 433).
11. **Е. v. Fedorow.** Paralleloëder in kanonischer Form und deren eindeutige Beziehung zu Raumgittern (Z. f. Kr. XLVI. 1909. 245).

12. **G. Wulff.** Paralleloëder, Struktur und richtige Aufstellung der Krystalle (Z. f. Kr. XLVII. 1910. 607).
13. **E. v. Fedorow.** Bemerkungen zu der Abhandlung von G. Wulff. S. 607 (Z. f. Kr. XLVII. 1910. 647).
14. — Vollendung in der Entwicklung des Begriffs des kanonischen Paralleloëders (Z. f. Kr. XLVIII. 1911. 400). — То же по русски (Зап. Горн. Инст. III. 1. 1910. 88).
15. — Aufruf an die Herren Kollegen (Ibid. 514).
16. **W. J. Sokolow und D. N. Artemiew.** Direkte tabellarische Ablesung der Netzdichtigkeiten der Krystallflächen. Nebst Ergänzungsbemerkungen von E. S. v. Fedorow (Z. f. Kr. XLVIII. 1911. 377). — То же по русски (Зап. Горн. Инст. II. 5. 1910. 333, 341).
17. **Е. С. Федоров.** Тождественные пространственные решетки при разных символах комплекса (Зап. Горн. Инст. III. 1. 1910. 98).
18. — Несколько упрощенных приемов при графическом решении задач кристаллографии (Зап. Горн. Инст. III. 2. 1911. 141).
19. — Начало применения кристаллохимического анализа (Ibid. 150).
20. — Вероятная тождественность двух веществ, описанных как два различные (Зап. Горн. Инст. III. 5. 1912. 397).
21. — Новый случай вероятной тождественности двух веществ, описанных как два различные (Зап. Горн. Инст. IV. 1. 1912. 65).
22. **E. v. Fedorow.** Die Praxis in der krystallochemischen Analyse und die Abfassung der Tabellen für dieselbe (Z. f. Kr. L. 1912. 513).
23. — Die ersten Resultate des Studiums der Tabellen zur krystallochemischen Analyse (Z. f. Kr. LII. 1913. 97).
24. **Е. С. Федоров.** Кристаллы кубической сингонии (Зап. Горн. Инст. IV. 4. 1913. 312).
25. — Простейший ход операций кристаллографического исследования (Зап. Горн. Инст. IV. 5. 1913. 325).
26. — Вычисление чисел символа комплекса (Ibid. 391).
27. **E. v. Fedorow.** Weitere krystallochemische Belehrungen an der Hand der Tabellen zur krystallochemischen Analyse (Z. f. Kr. LIII. 1914. 337).
28. — Der einfachste Gang der krystallographischen Beschreibung (Z. f. Kr. LIII. 1914. 17).
29. **Е. С. Федоров, Б. Орелкин и И. Г. Пигуловский.** Кристаллохимический анализ (Новые идеи в химии. Сборн. 5. 1914).
30. — Определение плотностей сеток моноклинных гипогексагональных и тригоналоидных комплексов без помощи сдвигов (Зап. Горн. Инст. V. 1. 1914. 71).
31. — Элементарный вывод формулы для определения плотностей граней и ребер гипогексагонально-изотропного комплекса (Ibid. 72).
32. — Анализ кристаллов, выделившихся из сливных вод лаборатории (Зап. Горн. Инст. V. 2—3. 1914. 234).
33. — Тройственность установки тригоналоидных кристаллов (Зап. Горн. Инст. VI. 1. 1916. 65).

34. **Е. С. Федоров, Б. Орелкин и И. Г. Пигуловский.** Новый пример особого структурного изоморфизма (*Ibid.* 65).
35. — Основные черты кристаллохимического анализа (Тр. Игр. О-ва Ест. 1916).
36. **Th. Barker.** Crystallochemical analysis (Times, Russian Supplement, Febr. 26, 1916. 11—12).
37. **E. v. Fedorow,** unter Mitwirkung von **D. Artemiev, Th. Barker, B. Orelkin** und **W. Sokolow.** Das Krystallreich. Tabellen zur krystallochemischen Analyse. Mit Atlas (Зап. РАН 1920).
- 

**Работы, написанные после смерти Е. С. Федорова.**

38. **О. М. Аншелес.** Сущность кристаллохимического анализа Е. С. Федорова (Журн. Русск. Физ.-Хим. О-ва. XIV. 8. 1924. 91).
39. **А. А. Марков.** Принцип минимальных деформаций в его различных формулировках (Рукопись).
40. **A. Boldirew.** E. v. Fedorow: Das Krystallreich. Ref. (Centralblatt f. Min. 1923. 1. 30).
41. **О. М. Аншелес.** Определение относительной ретикулярной плотности граней кристаллов (Тр. Лгр. О-ва. Ест. XXXIX. 4. 135).
42. — Кристаллы десяти комплексных соединений палладия с органическими селенидами (Зап. Минер. О-ва. LIII. 1. 1925. 102).
43. **В. В. Доливо-Добровольский.** Вычисление чисел символа комплекса и их связь с элементами кристалла (*Ibid.* 79).
44. **А. Н. Болдырев.** Кристаллографическое исследование чешкинита (ИРАН 1924. 257). — A. Boldireff. Etude cristallographique de la tscheffkinite de l'Oural (Bull. de la Soc. Fr. de Min. XLVIII. 1925. 120).
45. — Принципы нового метода кристаллографического диагноза венцества (Зап. Минер. О-ва. LIII. 2. 1925. 251).
46. **А. М. Болдырева.** Новый подсчет количества изученных кристаллов (Зап. Минер. О-ва. LV. 1926).
-

## Zusammenfassung.

Kommentarien zum Werke von E. S. Fedorow: „Das Krystallreich“.

Von A. K. Boldirew.

Anfangs zeigt der Verfasser an, dass die «Einleitung» zu den Tabellen des «Krystallreiches» von E. Fedorow so geschrieben ist, dass man aus dem Buche selbst die Fedorow'sche Methode der «Krystallochemischen Analyse» nicht lernen kann. Die vorliegenden «Kommentarien» sind dazu vorherbestimmt, die unklaren Stellen der «Einleitung» zu erklären, und auch hier möglichst alle erforderliche Ergänzungen zu geben, damit der aufmerksame Leser, nachdem er die «Einleitung» mit den «Kommentarien» studiert hatte, nach der Methode von E. Fedorow die krystallinischen Stoffe zu bestimmen könnte.

Die «Kommentarien» sind in der Form von Bemerkungen zu den einzelnen Stellen der «Einleitung» des «Krystallreiches» geschrieben. Die Zahl der Bemerkungen bezieht circa 146. Die Stellen des Buches von E. Fedorow, an welche jede von dieser Bemerkungen sich bezieht, sind vor den betreffenden Bemerkungen angezeigt. Am Ende sind die wichtigsten Literaturangaben zur «Krystallochemischen Analyse» vorgeführt.

3592.

Цена 1 рубль.