ГЕОКАРТИРОВАНИЕ НА ОСНОВЕ ИЗУЧЕНИЯ ЛОКАЛЬНЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕД ПО ДАННЫМ ГРАВИРАЗВЕДКИ И МАГНИТОРАЗВЕДКИ

П.С. Бабаянц*, Ю.И. Блох, А.А. Трусов***

**ЗАО «ГНПП Аэрогеофизика», **Российский Гос. Геологоразведочный Университет*

yuri_blokh@mail.ru

В настоящее время ведущим методом при исследовании проявлений фрактальных свойств геологических сред в создаваемых ими гравитационных и магнитных полях является спектральный анализ. Его обычно проводят не по исходным данным, а по редуцированным в точки квадратной сети, без учета изменений альтитуд пунктов наблюдений, что приводит к искажениям при оценке фрактальной размерности. Вторая причина искажений – это неустойчивость оценки фрактальной размерности в скользящем окне небольших размеров. Благодаря отмеченным трудностям, до сих пор фактически не была разработана достаточно эффективная технология геокартирования на базе оценки фрактальных свойств в скользящих окнах по измерениям потенциальных геофизических полей.

Предлагаемая технология появилась на базе созданного нами пакета программ СИГМА-3D, предназначенного для структурной интерпретации гравитационных и магнитных аномалий. На первом этапе с учетом всех отмеченных факторов программами пакета строится модель в виде субгоризонтального слоя с латеральными изменениями плотности и намагниченности, поле которой минимально отличается от наблюденного (Бабаянц П.С., Блох Ю.И., Трусов А.А., 2003, 2005). На втором этапе именно эта петрофизическая модель (а не поле), рассматриваемая как фрактальная поверхность, анализируется в скользящих окнах. Чтобы оценка ее фрактальной размерности была действительно локальной, необходимо использовать последовательность аппроксимаций, которая обеспечивала бы достаточно быстрый выход на асимптотический режим в сравнительно малых окнах. С этой целью осуществляется переход к анализу альтернативной фрактальной характеристики изучаемых сред, а именно, индекса фрактальной вариации. Данная методика была первоначально разработана М.М.Дубовиковым, Н.В.Старченко и др. применительно к анализу одномерных рядов экономических данных (Дубовиков М.М., Старченко Н.В., 2003; Dubovikov M.M., Starchenko N.V, Dubovikov M.S., 2004) и показала свою эффективность.

Суть проблемы состоит в том, что оценки, получаемые традиционными методами, весьма существенно зависят от объема анализируемой выборки. Детальное исследование, проведенное Т.Бабадагли и К.Девели (Babadagli T., Develi K, 2001), показало, что как при недостаточно больших, так и при чересчур больших выборках оценка спектральным методом фрактальной размерности двумерных функций, заданных по квадратной сети, оказывается искаженной. Оптимальной по их данным оказалась выборка в квадратном окне, включающем 128×128=16384 значения. Столь большое окно, понятно, не дает возможности достаточно детального картирования геологических сред по геофизическим данным. Аналогичные сложности возникают и при применении R/S метода определения показателя Херста, являющегося, как известно, фрактальной коразмерностью.

Вообще говоря, основной фрактальной характеристикой функций, в том числе при описании геологических сред, принято считать фрактальную размерность D, введенную Ф.Хаусдорфом еще в 1918 г. для компактных множеств в метрических пространствах:

$$D = \lim_{\delta \to 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln (1/\delta)}, \qquad (1)$$

где $N(\delta)$ – минимальное количество шаров радиуса δ, покрывающих изучаемое множество. Необходимо отметить, что сам Ф.Хаусдорф не претендовал на то, что введенное им определение является единственно возможным, и отмечал, что проблема «правильного» определения понятия «размерности» является очень трудной. В евклидовых пространствах, в частности, помимо шаров для покрытия, очевидно, можно также использовать другие элементы с характерными линейными размерами δ. При этом наряду с типовой сферической размерностью D появляются и другие – клеточная, внутренняя и т.п. – которые при $\delta \to 0$, как правило, стремятся к D.

Построенные с помощью пакета программ СИГМА-3D модели латерально изменяющихся петрофизических свойств могут рассматриваться в качестве поверхностей в трехмерном евклидовом пространстве. Если бы модели описывались гладкими функциями и не обладали фрактальными свойствами, их размерность Хаусдорфа совпадала бы с топологической размерностью и была бы равна 2. Фрактальный характер моделей ведет к тому, что их размерность превышает топологическую, другими словами, поверхность приобретает некоторые черты объемной структуры. Для ее аппроксимации можно применить наборы прямоугольных параллелепипедов с изменяющимися характерными размерами основания δ, кратными дискретности модели. При этом, напомним, крайне важно использовать такую последовательность аппроксимаций анализируемых фрактальных поверхностей параллелепипедами, которая обеспечивала бы достаточно быстрый выход вычисляемых объемов на асимптотический режим.

С этой целью М.М.Дубовиков с коллегами предложили вычислять т.н. индекс фрактальной вариации, соответствующий минимальному покрытию поверхности параллелепипедами. Эта характеристика для класса прямоугольных параллелепипедов с квадратным основанием $\delta\times\delta$ определяется по амплитудам $A_i(\delta)$ (i=1,…,m), представляющим собой разности между максимальным и минимальным значением анализируемой функции в пределах i-го элемента покрытия. На размерность анализируемой функции внимание можно не обращать, поскольку после логарифмирования функции она, очевидно, перестает влиять на результаты аппроксимации. Величина

$$W_f(\delta) = \sum_{i=1}^{m} A_i(\delta) \qquad (2)$$

называется вариацией функции f(x,y), соответствующей масштабу разбиения δ на рассматриваемой площади. При анализе петрофизических моделей минимально допустимое значение δ может быть $\delta=2\delta_0$, что соответствует четырем элементам анализируемой петрофизической модели (2×2). Полный объем минимального покрытия $V_f(\delta)$ можно представить в виде:

$$V_f(\delta) = \delta^2 W_f(\delta), \qquad (3)$$

и из (1) следует, что

$$W_f(\delta) \sim \delta^{-\mu} \text{ при } \delta \to 0, \qquad (4)$$

где μ - индекс вариации. При анализе двумерных функций, каковыми являются петрофизические модели, к значению μ необходимо прибавить поправку за индекс вариации невырожденной гладкой функции, равный 1 (для n-мерных функций поправка равна n-1). В итоге для вычисления фрактальной размерности двумерных функций оказывается возможным применять следующую простую формулу (Дубовиков М.М., Старченко Н.В., 2003):

$$D=\max\{\mu+1; n\}. \qquad (5)$$

На практике окно для вычисления размерности удобно брать размерами $2^k\times2^k$ элементов и вычислять амплитуды последовательно в ячейках 2×2, 4×4, 8×8 элементов и т.д. При этом выход на асимптотический режим происходит настолько быстро, что это дает возможность достаточно устойчиво оценивать фрактальную размерность петрофизической модели в небольшом скользящем окне, например, размерами 16×16 и даже 8×8 элементов модели. На рис. 1 скорость выхода вариации $W_f(\delta)$ на асимптотический режим иллюстрируется на примере анализа фрактальных размерностей в моделях латерального распределения эффективных плотности и намагниченности пород кристаллического фундамента Московской синеклизы. Петрофизические модели здесь были построены с помощью пакета СИГМА-3D, при этом аппроксимация субгоризонтального слоя осуществлялась элементами с размерами в плане 2×2 км. Такие размеры соответствовали средней глубине залегания кровли кристаллического фундамента на изучаемой площади, что обеспечивало устойчивость построения моделей. Для общего регионального анализа фрактальных размерностей было выбрано достаточно большое квадратное окно: 256×256 элементов, то есть 512×512 км, и на рис. 1 показаны графики выявленных зависимостей ln $W_f(\delta)$ от ln δ для плотностей и намагниченностей пород. Эти данные убедительно свидетельствуют о весьма быстром выходе применяемой последовательности аппроксимаций на асимптотический режим. Особо отметим то, что величины фрактальных размерностей моделей в диапазоне аппроксимации 2-512 км оказались лишь ненамного превышающими топологическую размерность, равную в данном случае 2. Это значит, в частности, что применение здесь стандартных подходов может в силу их неустойчивости приводить к качественным искажениям результатов локальных оценок и, соответственно, к неверным геологическим выводам.

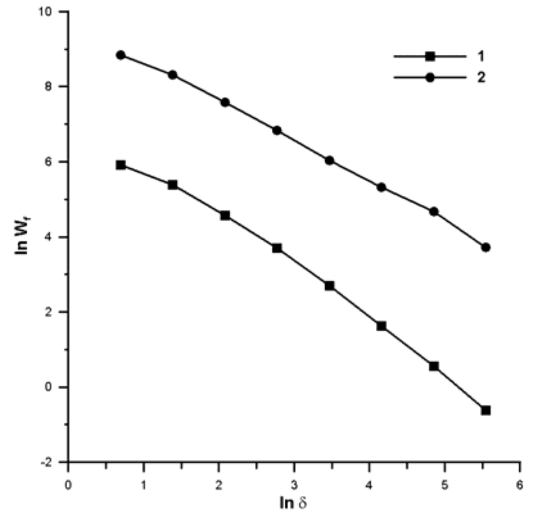

Рис. 1. Выход вариации $W_f(\delta)$ на асимптотический режим при анализе фрактальных размерностей по моделям латерального распределения эффективных плотности (1) и намагниченности (2) пород кристаллического фундамента Московской синеклизы в окне 512×512 км.

На рис. 2 показаны результаты картирования локальных фрактальных характеристик пород кристаллического фундамента Московской синеклизы, вычисленных в скользящих окнах размерами 16×16 км по петрофизической модели распределения намагниченности с элементами в плане 2×2 км, другими словами, в диапазоне аппроксимации 2-16 км. Там, где определенная размерность совпала с топологической, т.е. там, где модель для указанного диапазона аппроксимации не является фрактальной, карта на рис. 2,в закрашена белым цветом. Любопытно отметить, что в данном регионе области развития авлакогенов, в частности, проявились как не отличающиеся фрактальным характером в исследованном диапазоне.

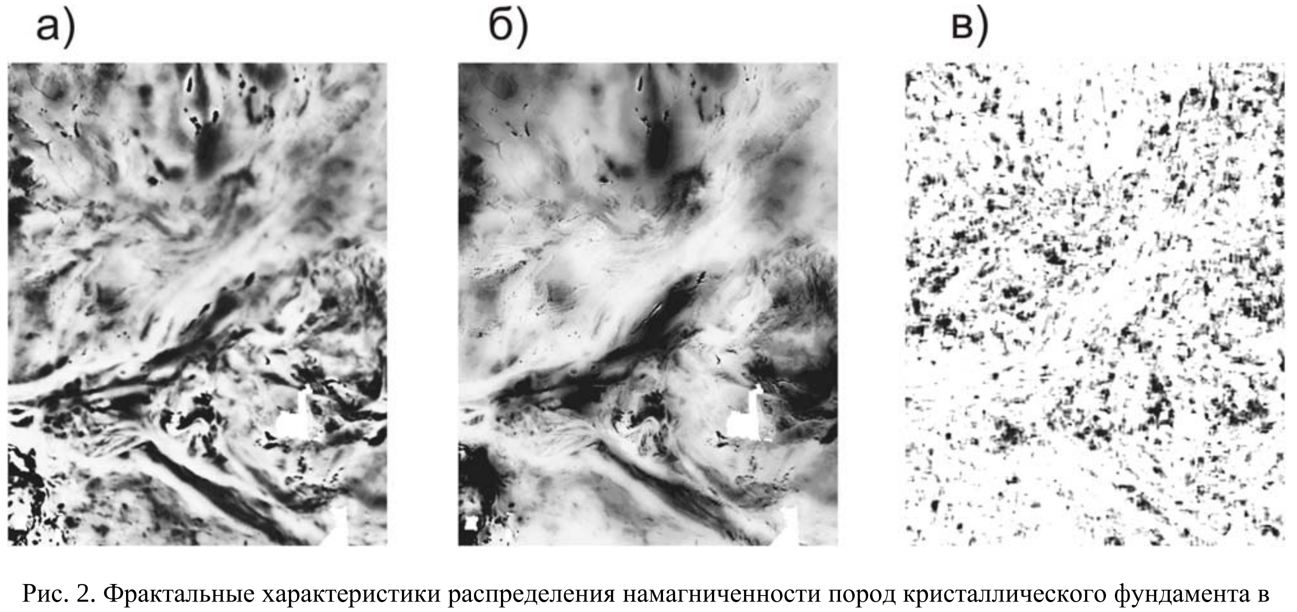

Рис. 2. Фрактальные характеристики распределения намагниченности пород кристаллического фундамента в пределах Московской синеклизы: а) аномальное магнитное поле ΔT; б) модель латерального распределения намагниченности пород кристаллического фундамента, построенная с помощью программ пакета СИГМА-3D; в) карта распределения фрактальной размерности в диапазоне аппроксимации 2-16 км (на всех картах максимумы отмечаются темными тонами).

Разработанная технология была также опробована на ряде участков детальных исследований, где способствовала решению поисковых задач.

Список литературы
Бабаянц П.С., Блох Ю.И., Трусов А.А. Изучение строения кристаллического основания платформенных областей по данным магниторазведки и гравиразведки // Геофизика. 2003. № 6. с. 55-58.
Бабаянц П.С., Блох Ю.И., Трусов А.А. Аномальные поля фрактальных моделей геологических объектов // Геофизика. 2005. № 5. с. 42-46.
Дубовиков М.М., Старченко Н.В. Индекс вариации и его приложение к анализу фрактальных структур // Научный альманах Гордон. 2003. № 1. с. 5-32.
Babadagli T., Develi K. On the application of methods used to calculate the fractal dimension of fracture surfaces // Fractals. 2001. v. 9. No. 1. pp. 105-128.
Dubovikov M.M., Starchenko N.V, Dubovikov M.S. Dimension of the minimal cover and fractal analysis of time series // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. 2004. v. 339. No. 3-4. pp. 591-608.