Захаров В.С.

ПОИСК ДЕТЕРМИНИЗМА В НАБЛЮДАЕМЫХ ГЕОЛОГО-ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ: АНАЛИЗ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ РАЗМЕРНОСТИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Геологический факультет МГУ им.Ломоносова (Геолфак МГУ), Москва, e-mail: zakharov@dynamo.geol.msu.ru

Введение. Системы, с которыми имеют дело науки о Земле, весьма сложны. Эта сложность проявляется на различных пространственных и временных масштабных уровнях. Всегда ли наблюдаемая *сложность поведения* свидетельствует о *сложности самой системы*? Существуют ли системы, устроенные *относительно просто*, но демонстрирующие весьма *сложное поведение*? Как различить эти случаи?

В последнее время активно развивается теория динамических систем и фрактальных множеств, и, в частности, приложения методов этой теории к анализу геолого-геофизических данных [2, 4]. В соответствии с этим подходом система моделируется системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Существуют системы, описываемые небольшим количеством уравнений, но демонстрирующие весьма сложное поведение, которые демонстрируют элементы хаоса (т.н. "детерминированный хаос"). В теории динамических систем разработаны методы, позволяющие по записи временного ряда одного из параметров восстановить сложность и некоторые характеристики всей системы.

Цель настоящей работы - применить методы исследования нелинейных динамических систем для выявления закономерностей поведения геолого-геофизических систем.

Методика анализа. Для динамических систем принятым представлением развития процесса во времени является построение "портрета" в фазовом пространстве. Наименьшее число независимых переменных, однозначно определяющее установившееся движение динамической системы называют *размерностью вложения* **m.** Нелинейная динамическая система характеризуется странным аттрактором - притягивающим множеством в фазовом пространстве, в котором расположены хаотические траектории; множество, соответствующее странному аттрактору, фрактально. Фрактальное множество - самоподобный объект - характеризуется дробной размерностью (точнее, целым набором различно определяемых размерностей). Важной количественной характеристикой аттрактора, несущей информацию о степени сложности поведения динамической системы, является *корреляционная размерность* D_c. Алгоритм расчёта D_c [2,3,4] основан на вычислении корреляционного интеграла, в качестве которого выступает функция *C(r))*, для каждого *r* равная нормированному числу пар точек рассматриваемого множества (объекта), расстояние между которыми не превосходит *r*:

$$C(r) = \frac{1}{n^2}\sum \boldsymbol{H}\left(\mathrm{s} - \left|y_i - y_j\right|\right),$$ где функция Хевисайда $H(x)=0$,если $x<0$; $H(x)=1$,если $x>0$,

для всех пар значений i и j, если $i \neq j$, $|y_i - y_j|$ - абсолютная величина расстояния между точками множества, i, j = 1,2,3,...,n, где n - количество точек. Величина суммы зависит от s, причем $C(r) \sim r^{-Dc}$, где D_c - корреляционная размерность. Для практического вычисления размерности на графике $lg(C(r)) = f(lg\ (r))$ выделяют область линейной зависимости (области скейлинга) и функция аппроксимируется прямой линией методом наименьших квадратов. Тогда тангенс угла наклона графика является размерностью D_c.

Для известной динамической системы **m** и D_c легко определить - ведь известны все компоненты вектора $\mathbf{X(t)}=\{X_1(t),\ldots, X_m(t)\}$, описывающего поведение системы в фазовом пространстве (так, для системы Лоренца D_c=2.04, **m**=3). Однако при изучении природных систем, в том числе геологических, обычно приходится иметь дело с сигналом, который выглядит достаточно сложно и кажется похожим на случайный. Для природных объектов измерение всех компонент, характеризующих систему, невозможно - хотя бы потому, что они не все известны.

Существует методика [3,4] позволяющая восстановить некоторые свойства аттрактора (например, **m** и D_c) по временной последовательности *одной из составляющих X(t)*. Методика основана на построении псевдо-аттрактора, где в качестве компонент вектора служит сама измеренная последовательность, но взятая с некоторой временной задержкой $\mathbf{Xp(t)}=\{X(t), X(t+\tau), X(t+2\tau)\ldots, X(t+(m-1)\tau)\}$. Поскольку компонентами вектора, характеризующего динамическую систему, независимы, то в качестве величины τ выбирается первое значение, при котором автокорреляционная функция обращается в 0 (или достигает минимума). Т.к. заранее размерность вмещения **m** неизвестна, то процедура сводится к следующему: последовательно добавляют компоненты псевдовектора **Xp(t)** и при каждом m=2,3,… вычисляют корреляционную размерность D_c(m). Размерность **m** в пространстве, начиная с которой Dc перестаёт изменяться, есть *минимальная размерность вложения*, т.е. наименьшая целая размерность пространства, содержащего весь аттрактор.

Как следует из определения размерности вложения, она соответствует числу независимых переменных, описывающих систему. Таким образом, восстанавливая размерность вложения, мы получаем информацию о сложности системы. Из этого следует также возможность разграничить динамическую систему со сложным поведением (но характеризующуюся *конечным* **m**), и случайный шум, который описывается (теоретически) *бесконечно большим* числом независимых переменных. Для полностью случайной системы увеличение m на единицу приводит к увеличению D_c также примерно на 1, т.е. $D_c \sim$ m. Зависимость Dc(m) для случайного шума представлена на рис.1б пунктирной линией.

Результаты анализа геолого-геофизических временных рядов. В настоящей работе приведённая выше методика применялась для анализа таких различных процессов, как выделение сейсмической энергии и вертикальных смещений земной поверхности по измерениям GPS. Зависимости эти выглядят по-разному, но каждая достаточно сложно, и по виду невозможно сделать заключение о степени их хаотичности.

Пользуясь каталогом землетрясений JMA (для Японских о-вов) за 1992-96 гг., было рассчитано выделение сейсмической энергии по дням в диапазоне магнитуд от 4 до 5 (определяемых с наибольшей точностью). На рисунке 1а представлены результаты вычисления корреляционного интеграла в двойном логарифмическом масштабе при различных значениях m. Для каждого m для зависимости $lg(C) = f(lg\ (r))$ применялась описанная выше процедура расчёта корреляционной размерности D_c(m). Линейные участки аппроксимировались прямыми, которые показаны на рисунке. Видно, что при m>5 наклон линейных участков графиков перестаёт увеличиваться. Это хорошо видно на рис.1б, где черными квадратиками представлена зависимость рассчитанной корреляционной размерности D_c от m: при m>5 зависимость выходит на горизонтальный участок. Таким образом, в данном случае размерность вмещения **m**=6, а D_c=3.03. При анализе землетрясений в диапазоне магнитуд от 4 до 6 получено значение **m**=7, а D_c=3.73. Следовательно, процесс, приводящий к такой последовательности выделения сейсмической энергии, не является случайным, а управляем *ограниченным* числом основных параметров.

Такая же процедура была проделана при анализе вертикальных смещений земной поверхности по данным GPS для различных точек наблюдения (http://sopac.ucsd.edu). Результаты, полученные для различных точек, весьма схожи. Типичная зависимость Dc(m) для пункта SOCO (Калифорния, один из самых длинных временных рядов GPS), представлена на рис.1б чёрными кружочками. Видно, что не достигается насыщения в рассмотренном диапазоне значений m, эта зависимость близка к линейной, т.е. зависимости, характеризующей случайную систему. Следовательно, система, порождающая подобные смещения, является если и не случайной, то управляемой большим числом параметров. К сожалению, более определённый вывод требует большей длины временного ряда.

Подобному же анализу была подвергнута расчётная последовательность, полученная в модели Nlo, предложенной в [1] для описания блоковой динамики в предгорных зонах. Полученные результаты для зависимости D_c(m) представлены на рис.1б чёрными треугольниками; D_c=4.95, m=8 (что согласуется, хотя и не совсем точно, с количеством блоков в модели - 9).

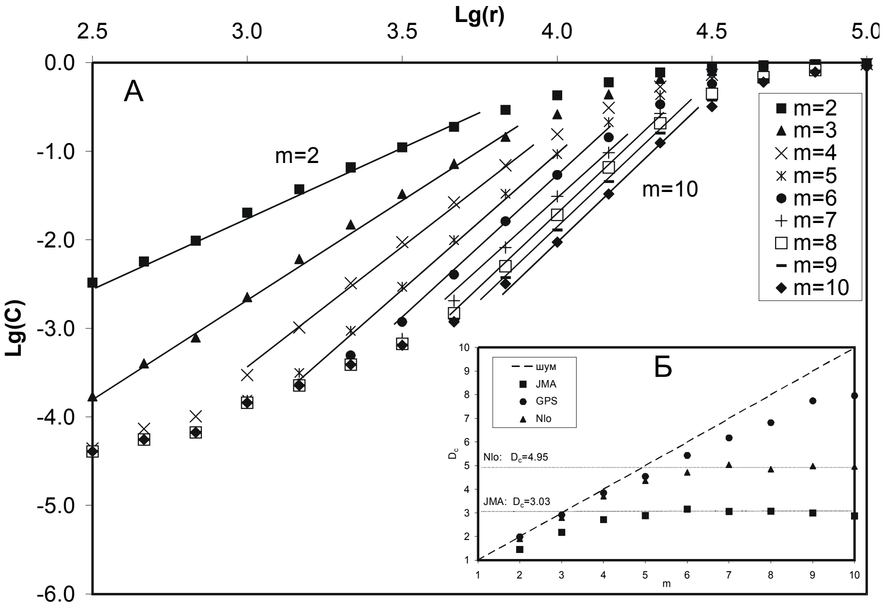

Рисунок 1: (А) Корреляционный интеграл *C(r)* для различных значений размерности псевдо-аттрактора m при анализе выделения сейсмической энергии; (Б) Зависимость корреляционной размерности D_c от m при анализе различных динамических состем.

Выводы и обсуждение. Методика анализа временных последовательностей, разработанная в теории динамических систем, позволяют разграничить случайные и детерминированно-хаотические системы и оценить сложность этих систем. Подобный анализ применим и к некоторым другим типам данных, например, седиментологических последовательностей, сечений рельефа (т.е. самоафинных функций) и т.п. Однако он предъявляет большие требования к длине ряда, если исследуемая система описывается достаточно большим числом управляющих переменных.

Литература

1. Захаров В. С. Модель блоковой динамики в предгорных зонах. Современные вопросы геотектоники. М., Научный мир, 2001, с.106-109.
2. Лукк А.А., Дещеревский А.В., Сидорин А.Я., Сидорин И.А. Вариации геофизических полей как проявление детерминированного хаоса во фрактальной среде. М., ОИФЗ РАН, 1996.
3. Шустер Г. Детерминированный хаос. М., Мир, 1988.
4. Turcotte D.L. Fractals and chaos in geology and geophysics. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.